

元分维曲线滑动窗口尺寸自动判定方法与应用

王丽琴^{1,2}, 龙 毅^{1,2*}, 周 侗^{1,2,3}, 崔世林^{1,2}

(1 南京师范大学地理科学学院, 南京 210046)

2 南京师范大学地理信息科学江苏省重点实验室, 南京 210046

3 南通大学地理科学学院, 南通 226007)

摘要: 基于地图目标在空间形态上存在的内部差异性和邻近趋同性, 在其分形分析中引入了元分维模型的思想。该模型是对传统分形分析的方法扩展, 在其建立过程中滑动窗口决定着空间单元的局部影响范围, 因此该窗口尺寸成为元分维模型构建的重要参数之一。在前期基于地图目标元分维模型的研究中, 滑动窗口大小主要通过人为判断选取, 没有考虑地图目标本身的形态结构特点, 缺乏科学的量化指标判定原则, 因此存在随意性和执行效率低等问题。本文以地图目标的元分维模型, 即元分维曲线为主要研究对象, 通过对其分维扩展的尺度分析, 在倒置的 Logistic 模型函数拟合的基础上提出了一种自动确定滑动窗口尺寸的定量方法, 并将该方法应用到对长江河道形态特征的分析研究中, 验证了其可行性和合理性。

关键词: 分维; 元分维曲线; 分维谱; 滑动窗口; 观测尺度

自然界中的分形对象虽然在整体与局部上具有以某种方式相似的自组织结构, 但是由于受到不同因素的交叉影响, 往往在空间形态和分布上呈现出非均匀现象。以一条河流为例, 在其整个流域范围内由于经过不同的地貌、地质、气候等单元, 各种影响因素均存在着一定程度上的变化, 导致河道不同区段的形态复杂性程度产生差异, 因而局部分维数也发生变化, 如长江河道形态特征在东部平原和西部山区就有着明显的区别^[1]。但是另一方面, 地理对象内的空间相邻单元总是在动力学成因、发育环境与条件等方面存在更大的一致性, 从而在其细部形态、结构上也普遍存在更大的相似性。基于地理分形对象这种内部变化和邻近趋同相结合的特点考虑, 采用滑动窗口技术建立局部分形模型的分析方法被引入地图分维扩展研究之中。如沈晓华等^[1]利用连续迭移长度 (即一定尺度的滑动窗口) 法计算河道分维数, 分析河道分维数沿河的变化趋势及分形结构。龙毅等^[2~4]针对地图点、线、面三类目标提出了元分维岛、元分维曲线、元分维曲面三种模型, 在

对城市点群, 河流水系, 及地形地貌的局部分形中取得了较好的结果。然而在这些研究中, 滑动窗口的尺寸都是通过人为试探确定的, 虽然操作比较容易, 但是缺乏科学的量化判定标准。如何从地图目标本身的形态特征出发, 对滑动窗口尺寸进行科学判定, 这是一个值得讨论和研究的问题。

1 元分维曲线及其滑动窗口

1.1 元分维模型

元分维模型是指以分形对象的每一个最小单元为中心点, 以一定尺寸的滑动窗口为邻域范围, 计算该邻域的分维值作为中心点的分维替代值, 以此得到的所有点的分维集合。为了和一般分维相区别, 将这种基于点的分维表示称为元分维 (Meta Fractal Dimension, 简称 MFD)。元分维集合可以简单表示为

$$S = \{D_m(i) \mid i = 1, 2, \dots, n\} \quad (1)$$

其中 r 表示邻域范围大小, n 表示分形对象最小单

收稿日期: 2007-03-02 修回日期: 2007-09-21

资助项目: 国家自然科学基金 (40671154), 南京师范大学重点科研项目 (2004105XGQ2B55)。

作者简介: 王丽琴 (1982-), 女, 硕士研究生, 江苏昆山人, 主要研究方向为地图分形分析与地理信息综合, 已发表论文 2 篇。E-mail: wli_cherry@126.com

* 通讯作者: 龙 毅, 男, 博士, 主要研究方向为地理空间数据模型与地理信息智能化处理。E-mail: longyi@njnu.edu.cn

元数量, $D_m(i)$ 表示第 i 个单元的元分维值。根据地图目标的点、线、面类型, 元分维模型相应可划分为元分维岛、元分维曲线与元分维曲面^[2~3], 其中基于地图线状目标建立的元分维模型被称为元分维曲线。

1.2 元分维曲线

元分维曲线的建立是依次以地图曲线上各点为中心, 以选取的滑动窗口尺寸 r 为半径, 利用所建立的圆截取原始曲线得到各曲线段, 截取过程如图 1(a) 所示, 应用常用的计盒法或者码尺法(即步长构造法) 计算各段的分维值作为各个点的元分维值。在平面直角坐标系中, 以曲线上每一个点距起始点的曲线距离为 X 值, 以该点的元分维值为 Y 值, 按照原来的空间排列次序顺序连接成为一条新的曲线, 即元分维曲线, 如图 1(b)。

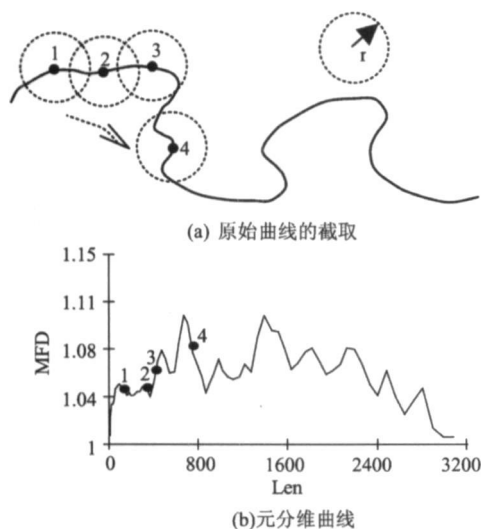


图 1 元分维曲线的建立

Fig. 1 Establishment of meta fractal dimension curve

由于采用不同的滑动窗口大小 r , 建立的元分维曲线也各不相同, 因此对于一个地图曲线目标而言, 得到的每一条具体元分维曲线都对应于一个特定的 r 值, 故元分维曲线又应称为滑动窗口尺寸 r 条件下的元分维曲线。

1.3 元分维曲线的滑动窗口尺寸

在元分维曲线的建立中, 滑动窗口尺寸大小是一个重要的参数。在地球信息科学理论中, 尺度是刻画地理空间的必要条件, 是处理分析数据的必要前提, 也是空间分析与决策的基础^[5]。滑

动窗口作为描述局部影响范围的限定性空间单元, 其大小 r 可以视为探测该单元内部复杂性程度的观测尺度。因此, 滑动窗口尺寸的选择成为元分维曲线研究的关键问题之一。

由于滑动窗口在沿着原始曲线各点移动过程中允许产生交叉重叠。理论上, r 取值越大, 则邻域范围越大, 重叠区域越多, 相互之间的差异被削弱, 表现为元分维值总体偏大而彼此之间差别变小, 代表来自相对宏观的观测角度; 反之, 如果 r 取值过小, 邻域无法得到足够的变化以计算元分维, 一些区域甚至接近欧几里得边界, 因此总体分维值偏小, 但同时局部细节被突出, 代表从相对微观的角度观察目标。因此, 在实际应用中, 选择的滑动窗口过小或者过大, 就可能直接削弱目标内部的连续性或者变化特性, 前者导致目标内部之间缺乏联系, 而后者导致目标内部之间缺少差异, 从而影响分析的质量^[3~4]。

基于滑动窗口尺寸重要性的分析, 本文利用地图目标的扩展分维分析方法, 在考虑地图目标本身的形态特征的基础上, 提出了一种自动判定滑动窗口的方法。

2 线目标的分维谱曲线建立

高安秀树、王桥等^[6~7] 论述了分维数扩展的必要性, 认为分数维不是一个独立于观测尺度的常量, 而是一个随观测尺度变化的函数。毋河海^[8] 进一步探讨了在地图线目标的一系列观测尺度与其对应长度的点对序列 $((\ln \varepsilon, \ln L(\varepsilon)))$ 点集) 中普遍存在的反 S 形态特征和建立它的扩展分维函数的数值途径。在这个方法中, 主要利用具有反 S 形态的曲线函数, 如倒置的 Logistic 函数、带导数的三次多项式等, 对点集进行拟合, 得到不同线目标所特有的拟合函数。

这里假设通过曲线插值拟合建立一个处处光滑连续的函数 $F(\ln \varepsilon)$, 以该函数的自变量为自变量, 以该函数的一阶导数为因变量, 建立一个新的函数:

$$f(\ln \varepsilon) = F'(\ln \varepsilon) = \frac{d \ln L(\varepsilon)}{d \ln \varepsilon} \quad (2)$$

$f(\ln \varepsilon)$ 在尺度 - 长度的双对数坐标系中反映了各点的斜率, 由于 L_i 随着 ε_i 的增加而减小, $f(\ln \varepsilon) \leq 0$ 。由分维值与拟合曲线的斜率关系可知

$$D(\ln \varepsilon) = 1 - f(\ln \varepsilon) \tag{3}$$

该函数既然表达了扩展分维值和观测尺度的对数之间的变化关系,也就反映了目标的分维值随观测尺度大小的变化关系,此函数曲线称为分维谱曲线^[9]。以倒置的 Logistic函数拟合为例,其函数为

$$y = \frac{K}{1 + e^{\frac{a-bx}{b}}}, \text{ 其中 } b < 0 \tag{4}$$

对应的分维谱函数为

$$D(\ln \varepsilon) = 1 - \frac{Kbe^{a-b\ln \varepsilon}}{(1 + e^{\frac{a-b\ln \varepsilon}{b}})^2} \tag{5}$$

图 2即为倒置的 Logistic函数曲线及其分维谱曲线。可以看出,由于地图线目标的 $\ln \varepsilon - \ln L(\varepsilon)$ 拟合曲线所呈现的反 S形态,分维谱曲线在形态上表现为两端接近水平的单峰钟形,既反映了拟合曲线的变化性质,又是分维数随尺度变化的直接表征,因此,成为分析地图目标分形性质的一种重要参考曲线。

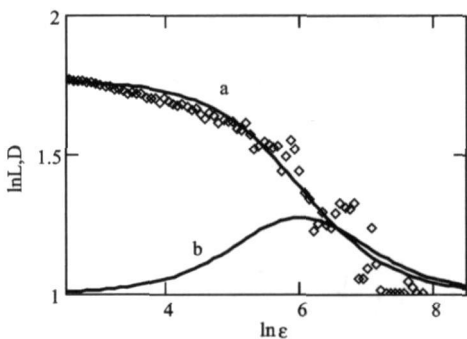


图 2 分维扩展的尺度分析

Fig.2 Scale analysis based on fractal extension
(注: 图中◇为 $(\ln \varepsilon, \ln L(\varepsilon))$ 点对, a为拟合曲线, b为分维谱曲线)

3 滑动窗口尺寸的自动判定

3.1 判定方法

在分维谱曲线中,最大分维值 D_{max} 对应着观测尺度 ε_0 ,反映目标在该尺度 ε_0 处,相同的观测尺度变化区间内长度变化量最大,即目标细节信息量变化程度最大。因此,通过观测尺度既可以探测目标的宏观外部形态变化,又兼顾到探测微观细节的起伏,从而成为最适合研究目标的空间信息变化的观测尺度。

基于此分析,笔者认为,以该观测尺度作为滑动窗口大小建立的元分维曲线,能够与原始地

图线目标的形态及其复杂性变化具有最佳的空间对应关系。故本文提出一种自动确立元分维曲线滑动窗口尺寸的方法,其步骤如下:

- ①采用分形曲线运算常用的构造步长法(也称码尺法),得到一组观测尺度-量算长度的对数值 $F(\ln \varepsilon)$ 序列;
- ②运用倒置的 Logistic函数对获得的点对序列进行曲线拟合,建立曲线函数;
- ③对曲线函数 $F(\ln \varepsilon)$,进行关于 $\ln \varepsilon$ 的一阶求导,获得分维谱曲线 $D(\ln \varepsilon) = 1 - F'(\ln \varepsilon)$;
- ④计算分维谱函数最大值所对应的尺度 ε_0 ,以此作为滑动窗口尺寸来构建线目标的元分维模型。

本文利用 VisualC++ 6.0平台设计实现了滑动窗口尺寸判定及构建元分维曲线的算法程序。

3.2 方法初步试验

试验采用如图 3(a)的曲线,在宏观空间形态上由四个开阔的大弯曲和两个狭长弯曲组成,图中标注的数字为该点顺序号。

首先,根据曲线的实际长度和最大长轴,设置分维估算的相关参数,如表 1所示。试验曲线的长度采用图上实际距离,单位为 cm。

表 1 曲线及其分维计算的有关参数
Tab 1 Parameters of the curve and its calculation of fractal dimension

属性项	属性值	参数名称	参数值
长度	43cm	最大步长	16cm
最大长轴	16cm	最小步长	0.1cm
点数	601点	步长数	50次

运用地图曲线的构造步长法,建立观测尺度-观测长度值序列;运用倒置的 Logistic模型对其进行拟合,拟合结果如图 3(b)所示,得到相应拟合函数

$$F(\ln \varepsilon) = 2.727 + \frac{0.98}{1 + e^{-3.643 + 2.434 \times \ln \varepsilon}} \tag{6}$$

其中 $\ln \varepsilon$ 为观测尺度的对数。

其次,根据式(3)、(5),对式(6)进行求导,得到分维谱曲线,如图 3(c)所示。为了验证滑动窗口尺度判定的有效性,本文选择包括最大分维值对应的尺度 ε_0 在内的五个尺度 $\varepsilon_0, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, \varepsilon_4$ 进行对比分析,其中 $\varepsilon_0 = e^{1.5} \approx 4.5$, $\varepsilon_1 = e^{-0.5} \approx 0.6$, $\varepsilon_2 = e^{0.5} \approx 1.6$, $\varepsilon_3 = e^{2.5} \approx 12$, ε_4

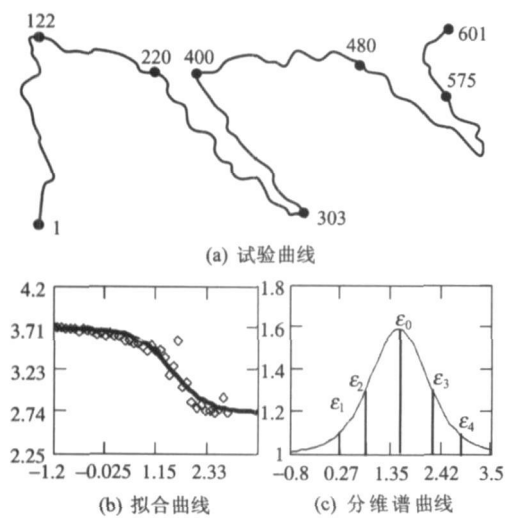


图 3 分维扩展的尺度分析

Fig. 3 Scale analysis based on fractal extension

$= e^{3.5} \approx 33$ 单位为 α_0 。

最后，利用这五个尺度值，依次作为滑动窗口尺寸，建立元分维曲线。为了便于对地图曲线的空间特征信息进行分形分析，将得到的每条复杂元分维曲线进行一定程度的中值平滑处理，并且计算其平均元分维值 \bar{D}_m' ，表示为：

$$\bar{D}_m' = (\sum (D_m'(i)) / n, i = 1 \dots, n) \quad (7)$$

式中 n 为每条元分维曲线上的总点数， $D_m'(i)$ 为平滑后第 i 个点上新的元分维值，处理后的结果如图 4 (a) ~ (e) 所示。

3.3 试验结果分析

表 2 元分维曲线的结果比较
Tab. 2 Result comparison ofMFD curve

尺度	最大 D_m'	最小 D_m'	差值 $\Delta D_m'$	平均 \bar{D}_m'
ε_1	1.191	1.008	0.183	1.026
ε_2	1.328	1.012	0.316	1.075
ε_0	1.426	1.016	0.410	1.126
ε_3	1.470	1.079	0.391	1.233
ε_4	1.519	1.466	0.059	1.469

注： D_m' 是表示光滑处理后的元分维值，差值 $\Delta D_m' = \text{最大 } D_m' - \text{最小 } D_m'$ 。

从计算得到的五条元分维曲线之间的差异，可以明显地反映出滑动窗口尺寸的作用：从图 4 (a) 到 (c)，波动幅度逐渐加大，局部起伏程度明显加剧，平均元分维增加，其值从 1.03提高到了 1.12 从图 4 (c) 到 (e)，平均元分维值继续提高，尺度 ε_4 时高达 1.47，但是整体波动幅度和局部起伏程度却又逐渐趋缓。表 2 中 $\Delta D_m'$ 和 \bar{D}_m' 的

变化反映了这种变化趋势。这说明，滑动窗口尺寸过小或者过大，都会直接抑制线状目标的局部空间形态特征的差异分析，在试验的五个观测尺度中， ε_0 显然具有最适宜的空间特征研究意义。

在图 4 (c) 中，如果用代表平均元分维值的点虚线与元分维曲线的交点（即图 4 (c) 中第 220、400、480、575 个点）作为元分维曲线的分

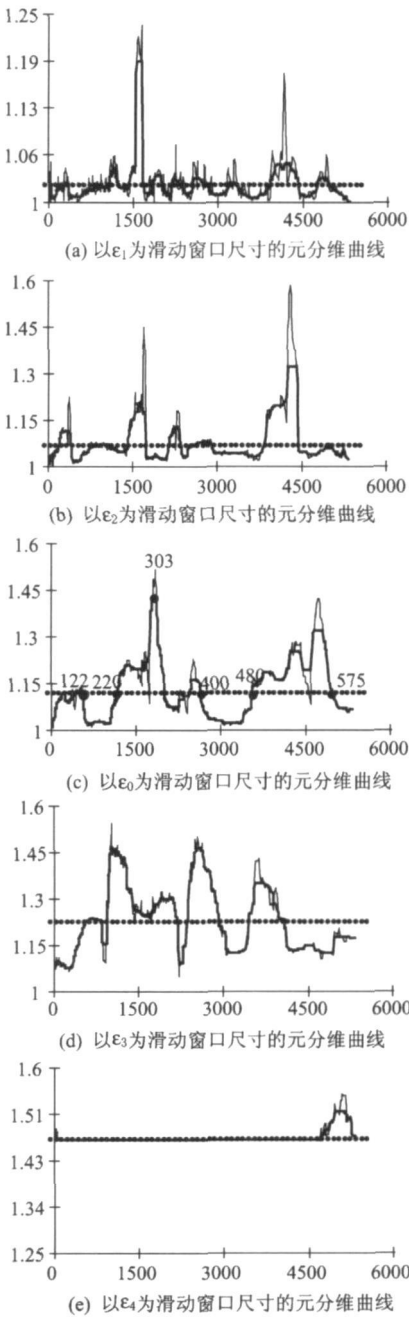


图 4 元分维曲线

Fig. 4 Meta fractal dimension curve

注：图 4 中细实线为原始元分维曲线，粗实线为经过平滑处理后的元分维曲线，点虚线为平均元分维值

段点, 可以将原始试验曲线分为五个区段。其中, 点 1 到点 220 段、点 400 到点 480 段处于元分维曲线的谷底段, 在原始试验曲线上这两个区间表现为开阔的曲线段, 形态相对平直、简单; 而在点 220 到 400 点段、点 480 到点 575 段是元分维曲线的峰值段, 在图 3 (a) 中这两个区间正好包含一个完整的狭长弯曲段, 其中在点 303 处元分维值达到最大, 该点也正好位于最大弯曲的凸出位置。

由这五个元分维曲线与试验曲线空间形态的对应分析可以知道, 利用尺度 ε_0 , 即分维谱中最大分维值对应的尺度作为滑动窗口的尺寸, 所构建的元分维曲线, 能够灵敏地探测到地图线状目标内部的局部空间特征差异, 且较好地定量化描述了这些形态上的复杂性 (即不规则性) 程度。

4 长江河道形态的元分维应用分析

本文选择 1:1 000 万比例尺的长江河道数据为例 (图 5 (a)), 数字化共采集 1 570 个点, 全长 6 300 km, 其中长轴长度 3 311 km。采用构造步长法得到一组 $(h\varepsilon, hL(\varepsilon))$ 值, 具体方法步骤参见文献 [3]。计算出倒置的 Logistic 拟合函数为

$$F(h\varepsilon) = 8.115 + \frac{0.653}{1 + e^{-3.53 + 0.701 \times \ln \varepsilon}} \quad (8)$$

通过对其拟合建立的分维谱曲线可知, 当 $h\varepsilon = 5$ 时, 即 $\varepsilon_0 = e^{\ln 5} = 148 \text{ km}$, 分维值 $D(h\varepsilon)$ 达到最大值。以该尺度作为滑动窗口尺寸构建的元分维曲线, 如图 5 (b) 所示。

长江河道形态受到地理环境因素的影响, 发生局部空间复杂程度的变化, 并可以从元分维曲线中反映出来 (图 5 (b)): ①该元分维曲线的波动幅度小, 总体上仅限于 1.008~1.193 之间, 但波动频率较高, 说明长江河道形态没有大规模的狭长弯曲, 总体上比较开阔, 然而局部河道上小弯曲众多; ②元分维曲线的极大值为 1.193, 位于第 1072 个点上, 在这个点附近长江流入平原、低山交错的第三级地势阶梯, 江面宽阔, 泥沙在此大量淤积, 形成蜿蜒曲折的河道, 该段基本属于素有“九曲回肠”之称的荆江河段; ③利用平均元分维值, 按照在试验曲线中的方法对河道进行分段, 得到三个大的初步区段, 分段点分别是节点 677 和 1016, 大致分别处于四川宜宾和湖北宜昌的位置, 与根据长江流域横贯我国三大地势阶梯^[10]的分段基本吻合; ④每个分段里又存在相对微小的波动, 对应着不同地理因素导致的更细规模空间形态复杂度的变异, 如表 3 所示。

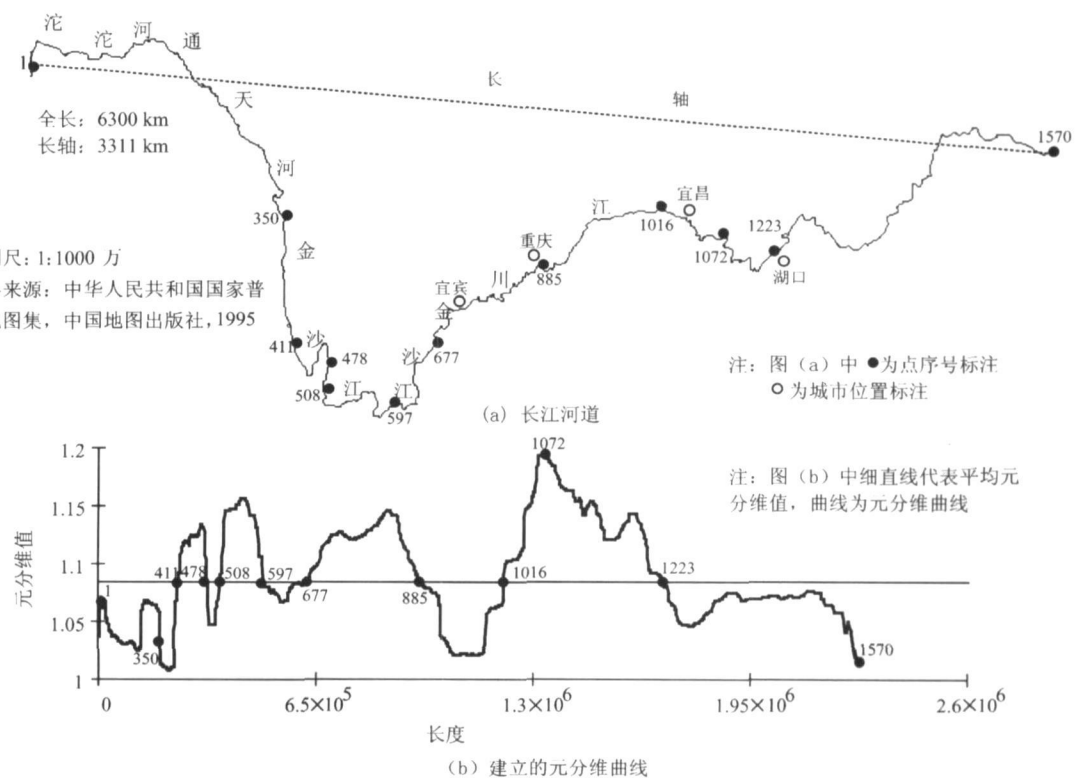


图 5 长江河道的元分维曲线分析

Fig. 5 Meta fractal dimension curve of the Yangtze River way

表 3 长江河道元分维曲线与其形态结构特征的关系

Tab. 3 The relationship of the Yangtze riverway meta fractal dimension and its morphological structure characteristics						
概略分段 (用点序号表达)	地理位置	详细分段 (用点序号表达)	元分维值区间	河道名称	地理位置	河道形态结构特征
第 1~ 677 点	江源至 宜宾	第 1~ 350 点	1. 028~ 1. 071	沱沱河至通天河	青藏高原	河道形态受单一地形因子控制, 结构单一
		第 351~ 411 点	1. 008~ 1. 069	金沙江上段	青藏高原东部和横断山区	河道受高山限制, 不能自由展开, 河道形态平直
		第 442~ 677 点	1. 047~ 1. 156	金沙江下段	跨越地势的第一第二阶梯	海拔急剧降低, 地表形态复杂, 河道多弯曲, 形成长江第一弯
第 678~ 1016 点	宜宾至 宜昌	第 678~ 885 点	1. 083~ 1. 146	川江 (宜宾 到 重庆)	流经四川盆地	穿过四川及湖北边境的大峡谷, 河道颇弯曲
		第 886~ 1016 点	1. 023~ 1. 084	川江 (重 庆 到 宜昌)	流入三峡	受山脉走向及峡谷控制, 河道形态平直
第 1017~ 1570 点	宜昌至 河口	第 1017~ 1223 点	1. 085~ 1. 0193	荆江 (宜 昌 至 湖 口)	跨越第二、第三地势阶梯	江水落差极大, 泥沙大量淤积, 形成蜿蜒曲折的河道
		第 1224~ 1570 点	1. 018~ 1. 075	长江下 游 (湖 口至河口)	流经平原地区	受河口潮汐的顶托作用, 河道形态比较复杂

5 结 语

滑动窗口尺寸大小的确定是元分维模型建立的基础, 只有选择合适的半径, 基于元分维模型的地图目标空间分析才能取得最为理想的分析效果。本文基于分维扩展理论, 利用倒置的 Logistic 函数拟合反 S 曲线, 推导出地图曲线目标的扩展分维函数, 在此基础上计算出分维最大值所对应的尺度, 作为其元分维曲线的滑动窗口尺寸。此方法易于处理, 并通过长江河道数据构建的元分维曲线与该空间结构特征关系的实验分析, 较好地验证了其可靠性, 为地图目标基于元分维模型的分析提供了有力的量化手段。

参考文献

[1] 沈晓华, 邹乐君, 阳峰 等. 长江河道分形与流域构造特征的关系. 浙江大学学报 (理学版), 2001, 28 (1): 107~ 111.

[2] 龙毅. 扩展分维模型在地图目标空间信息描述中的应

用研究. 武汉大学博士论文, 2002

[3] 龙毅, 毋河海, 周侗 等. 地图目标局部分形描述的元分维模型的实现. 武汉大学学报 (信息科学版), 2006, 31 (10): 892~ 895.

[4] 周侗, 龙毅, 汤国安 等. 面向 DEM 地形复杂度分析的分形方法研究. 地理与地理信息科学, 2006, 22 (1): 26~ 30.

[5] 李霖, 应申. 空间尺度基础性问题研究. 武汉大学学报 (信息科学版), 2005, 30 (3): 199~ 203.

[6] 高安秀树. 分数维. 北京: 地震出版社, 1994

[7] 王桥, 毋河海. 地图信息的分形描述与自动综合研究. 武汉: 武汉测绘科技大学出版社, 1998

[8] 毋河海. 分维扩展的数值试验研究. 武汉测绘科技大学学报, 1998 (4): 329~ 336

[9] 龙毅, 周侗, 刘学军, 汤国安. 地理空间信息的 M - R 曲线扩展分析. 地球信息科学, 2006, 8 (3): 76~ 83

[10] 熊怡, 汤奇成, 程天文. 中国的河流. 北京: 人民教育出版社, 1989.

An Automatic Method to Determine the Size of Sliding Window for Meta Fractal Dimension Curve and Its Application

WANG Lijun^{1,2}, LONG Yi^{1,2}, ZHOU Tong^{2,3}, CUI Shilin^{1,2}

(1 School of Geographic Science, Nanjing Normal University, Nanjing 210046, China;

2 Key Lab. of Geographic Information Science of Jiangsu Province, Nanjing Normal University, Nanjing 210046, China;

3 School of Geographic Science, Nantong University, Nantong 226007, China)

Abstract Based on the characteristics of the interior change and vicinity convergent, the Meta Fractal Dimension (MFD) model adopted sliding window technology is applied to the extended fractal dimension research for map objects. During the establishment of MFD, the sliding window determines the neighborhood scope to restrict the segment from map object and the degree of adjacent overlap, thus it is one of the important parameters for MFD. In the present research, however, it is chosen artificially, not from the morphological characteristics of the map object, for which caused randomly and unsatisfied operating efficiency. Considering the extended fractal characteristic with scaling variety, and based on its simulating function using inversion logistic model, this paper proposed a method to determine the size of gliding box automatically for building MFD of map line object, viz. Meta Fractal Dimension Curve. Several experiments done indicate that this method is easy to operate and has a relatively high calculation precision and a logical spatial analysis.

Key words fractal dimension, meta fractal dimension (MFD) curve, gliding box, observation scale, fractal dimension spectrum