

一种地图点群空间分布特征的局部分维分析方法

崔世林^{1,2}, 龙 毅^{1,2}, 周 侗^{1,2,3}, 王丽琴^{1,2}

(1 南京师范大学地理科学学院, 南京 210046)

2 南京师范大学地理信息科学江苏省重点实验室, 南京 210046

3 南通大学地理科学学院, 南通 226007)

摘要: 以分数维为分析指标的分形几何理论, 为地图点群目标的空间复杂性分析提供了一种定量方法。但是研究表明, 地图点群目标的分形性质往往表现出局部的非均匀特性, 因此主要以研究对象整体分维估值为主的分维分析方法难以描述这种变化。本文在分维扩展方法的基础上, 提出了一种基于滑动窗口的局部分维分析方法——元分维模型, 并通过实践证明该方法可以有效地揭示地图点群空间分布特征的差异, 从而为地图点群目标的空间分布特征分析提供了一个新的思路。

关键词: 点群; 空间分布; 滑动窗口; 局部分维; 元分维

自然界中成群分布的岛屿、湖泊、沙丘以及城市群、居民地等在小比例尺地图中均表现为地图点群目标^[1], 这些点群在空间分布上呈现出不同的特征, 内部差异也各不相同, 和其他分形对象一样, 虽然在整体与局部上具有一定的结构自相似性, 但其性质并不都是简单的线性自相似, 而是更多地表现为尺度或空间依赖性^[2]。这些分形对象一旦受到不同因素的交叉影响, 往往在空间形态与分布上表现出非均匀现象。因此, 地图点群目标也会在局部形态特征上呈现明显的变化, 从而表现为一种存在于目标或目标集合内部的局部分形变异现象, 这种现象实际上是点群所代表的地理目标本身性质的差异造成的, 而传统的单一分维难以描述复杂变化的地理目标特征^[3], 因

此定量地描述地图点群目标的局部差异, 是为了更好地研究地理目标内部的空间分布性质。长期以来的研究多集中于点群性质的整体描述, 未能有效地表达出其内部存在差异的空间特征, 而本文通过对分维分析方法进行扩展, 提出了一种描述点群局部性质的新方法。

1 点群的空间分布特征及分维描述

地图点群的空间分布格局通常可以分为均匀分布、随机分布和集聚分布三种类型, 如图 1 所示。这些类型的整体与局部形态特征, 均呈现出较为明显的差异。分维分析方法可以用来描述点群目标的整体分布特征, 点群的分维值反映了点

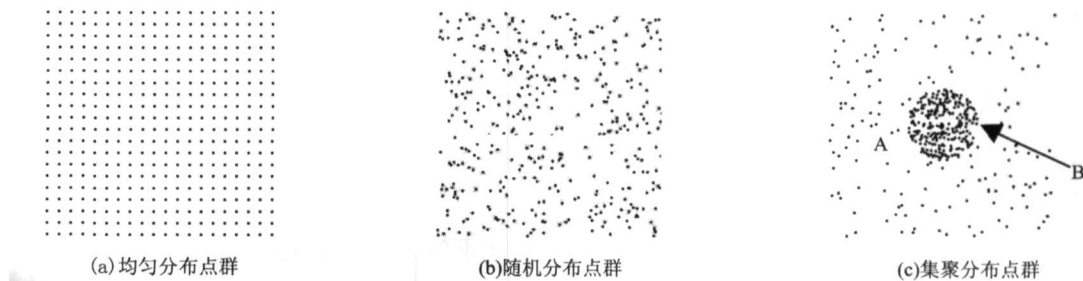


图 1 点群空间分布类型

Fig. 1 Spatial distribution style of the point group

收稿日期: 2007-04-16 修回日期: 2007-09-20

资助项目: 国家自然科学基金 (40671154), 南京师范大学重点科研项目 (2004105XGQ2B55)。

作者简介: 崔世林 (1982-), 女, 硕士研究生, 江苏海安人, 主要研究方向为地图分形分析与地理信息综合研究。

E-mail linfly14@msn.com

群空间填充能力的大小，其分维值大于拓扑维，但小于所占据的空间维^[4]。地图点群目标的分维值通常采用改变粗视化程度的方法来计算得到^[5-7]，即使用一定尺度的单元（譬如 d 维球或立方体）去分解地图目标，将单元内的性质视为均匀分布，统计有效的单元数量或者测度大小。这样，在这个尺度下，单元内的细节就会被忽略掉；并且随着尺度的变化，单元尺度越大，忽略的细节就越多，单元数量或者测度就越小，从而达到从更远距离、更小比例尺观察点群目标相同的效果。一个单一点的拓扑维为 0，但是对于点群来说，如果其均匀致密地排列并覆盖住整个平面，此时，点群的分维值为 2。所以，当点群在 2 维空间均匀分布的情况下，其分维值接近 2。当点群在 2 维空间随机分布或集聚分布时，其分维值介于 0 至 2 之间。

而同一点群密度和目标内部特征等方面依然有很大区别，以图 1（c）为例，在同一集聚类型的点群内部，区域 A 点目标较为疏散，而区域 B 则较为稠密，此点群内部在密度以及空间分布特征上均呈现出较大的差异，这种差异性运用单一分维值方法，无法对其某一特定的空间位置一定区域范围内点群空间特征进行描述。同样，目前分析地图点群空间分布特征的方法主要有最近邻点指数、邻点平均数、采用柯尔摩哥夫-史密尔诺夫公式和罗伦兹曲线，利用格网中目标个体数进行统计的方法，以及 Voronoi 多边形面积的变异系数（CV 值）方法^[8]。以上方法在实现定量描述点群局部空间分布特征方面存在着一定的困难，本文主要基于分维扩展的需要，探讨一种地图点群空间分布特征的局部分维分析方法。

2 点群元分维模型

2.1 点群元分维模型的基本原理

目前关于非线性分形^[7]、分维场^[9,10]、多重分形^[11,12]等一系列理论和方法的研究都涉及到分形性质的内部变化规律，但都并不适合于经过地图制图综合处理的地图目标。正是基于这种情况，文献 [2] 提出了元分维模型的概念，并详细探讨了元分维岛的构建方法。

地图点群的元分维模型是假设一个密集分布的点群目标集合 $A = \{(x_i, y_i) \mid i = 1, 2, \dots,$

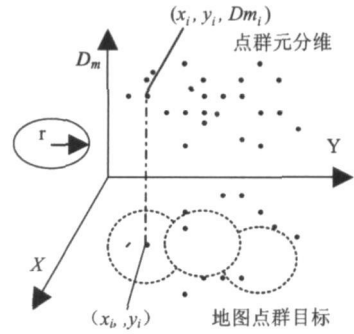


图 2 点群元分维

Fig. 2 Meta fractal dimension of point group

$N\}$ ，规定一个半径 r ，顺序以每一个点为圆心，以 r 为半径作圆，将位于圆内的点构成的子集 B ($B \subset A$) 作为完整点集。计算该点集的分维值作为圆心的分维替代值，以此得到所有点的分维集合。为了和点群的一般分维相区别，将这种基于点的分维表示称为点群元分维（Meta Fractal Dimension of Point Group MFDPG）。元分维集合可以简单表示为

$$S = \{D_m(i) \mid i = 1, 2, \dots, n\} \quad (1)$$

其中 r 表示邻域范围大小， n 表示原始点群内包含的点的数量， $D_m(i)$ 表示第 i 个点的元分维值。点群的元分维集合在三维直角坐标系 (X, Y, D_m) 下表现为无点分布处维数为 0 的背景下一个个起伏悬浮的点，故又称为元分维岛（图 2）。

从计算方法上看，点群元分维模型和点群整体分维的计算方法并无不同，只是强调了邻域的变化。对于点群的每一个空间单元来说，在相邻区域内其他单元距离越近，则空间性质越相似^[13]。因此，点群元分维集合不仅反映了地图点群目标局部点群的空间填充能力的大小，而且反映了这种填充能力在空间上的变化规律。

2.2 估值方法

计盒法（Box Counting Method）是常用于地图点群目标的分形分析方法，计盒法通过一个正方形格网将目标区域划分成若干边长为 ε 的格子单元，并计算地图目标占据的格网数 $N(\varepsilon)$ ，改变 ε 的值重新划分平面并计算相应格网数，得到一组点对序列 $\{\varepsilon, N(\varepsilon)\}$ ^[14]（图 3）。在 ε 取值合理的情况下，如果满足或近似满足：

$$N(\varepsilon) \propto \varepsilon^{-D} \quad (2)$$

通过 $(\log \varepsilon, \log N(\varepsilon))$ 值序列的线性回归方

程建立线性回归直线，计算其斜率记为 K_1 ，则分维值 $D = -K_1$ 。

2.3 计算参数的确定

由点群元分维模型的基本原理可以推断：其建立的关键参数是邻域范围 r (滑动窗口尺寸) 的取值大小。邻域范围 r (滑动窗口的半径) 取值越大，代表了相对宏观的观测角度，对于任一局部单元而言，此时邻域范围较大，重叠区域较多，从而缩小了地图点群目标内部的空间差异； r 取值越小，代表点群中相对微观的观测角度，此时点群邻域无法得到足够的变化以计算元分维值，总体分维值偏小，会相对接近欧几里得边界，但同时点群细节被突出。这样，在点群总体特征和局部细节特征之间通过 r 的变化，构建一种简便的分解方法，以探测点群目标在不同观测尺度下内部空间特征的变化规律。因此， r 的取值根据需要分辨的点群不均匀程度而定。

要选择合理的滑动窗口尺寸，实验之前应对

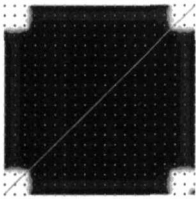
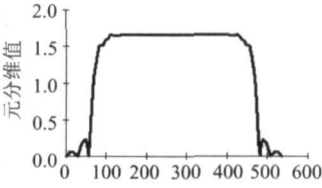
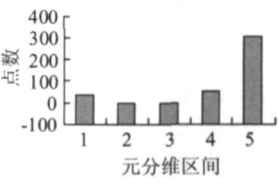
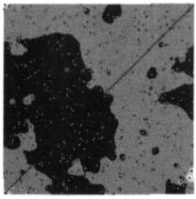
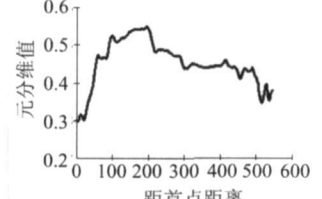
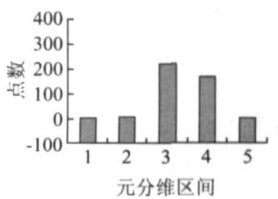
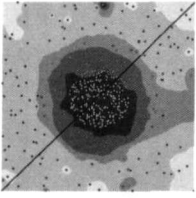
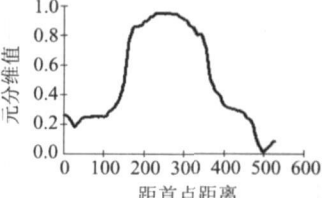
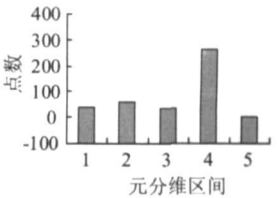
实验数据进行预分析。本文将点群最小外接矩形较短边的长度称为点群的跨度。因此理论上在选择尺寸时，最小也应保证分析范围内具有一定数量的点，最大则不能超过点群跨度，点群元分维的滑动窗口尺寸对于实验结果影响较大，实际研究中，应结合研究的内容以及目的来确定。

3 实验过程及结果分析

3.1 实验过程及参数

基于以上原理，本文利用 VisualC++ 6.0 平台设计点群元分维分析程序，并且通过选择多组不同空间分布格局以及不同数据量的点群进行了长期的验证性分析，证明算法及分析程序的可靠性，本文从中筛选出一组数据进行说明，本组数据共三个点群样本，每个样本中点的数量均为 400，且从空间分布格局来看，分别隶属于均匀、随机以及集聚三种分布类型，同时三个样本具有相同的外接矩形，见图 1。

表 1 三点群的元分维模型分析结果
Tab. 1 Analysis result of the three point groups by the MFD model method

类型	分层设色图	剖面曲线图	元分维值分布直方图
均匀点群			
随机点群			
集聚点群			

本实验中，分维估值的方法为计盒法，三样本分析尺度 ε 的上、下界均进行了统一化处理，分别选取点群中最小两点距离作为 ε 的下界，点

群跨度的 $1/4$ 倍作为 ε 的上界。无标度区间确定的方法为相关系数法，选择点群跨度的 0.15 倍作为这三组数据的滑动窗口尺度 ε 。于是每个样本分

解为 400 个子点群, 每个子点群都可通过计盒法得到一个分维值 D_m , 作为其中心点的分维值, 这样便可得到和原始点群一一对应的分析结果——元分维岛。元分维岛中每个岛屿的属性值实际上代表了该岛屿一定区域内点群的空间分布状态。为了方便读者对比观察, 本文将元分维岛点群利用反距离权重内插法 (DW) 对元分维值进行内插, 得到了一组元分维值矩阵, 然后将每组元分维值矩阵均进行分层设色处理, 用灰度表示分维值的大小, 色泽越深的部分代表其包含的点的元分维值越大; 同时为了更好地观察元分维模型对于局部差异特征的描述, 在空间分布特征变化大的方向上进行了剖面分析, 选择了一条西南至东北方向的剖面线, 见表 1 分层设色图。同时在实验过程, 也发现了元分维岛内部分维值的分布结构同原始点群的空间分布格局有一致的关联关系, 为了能够说明这个问题, 本文将实验结果元分维岛中的所有元分维值按从小到大的顺序均分为五个等级: 低值区、较低值区、中值区、较高值区和高值区, 依次为 1~5 区间, 分别统计各区间中的点的数量, 得到分布直方图, 见表 1。

3.2 实验结果分析

(1) 局部差异性分析。观察表 1 分层设色图和剖面曲线图, 进行点群的局部差异性分析, 可以得出以下结论: ①地图点群内部较为均匀的地方, 其填充空间的能力较强, 因而分维值较高; 反之, 分布状态较为无序的地方, 分维值较低。②均匀点群在剖面线方向上分形的局部差异变化并不明显, 主要表现为一条较为平直的水平线, 极少数低值实际上是由于边缘区域数据分维估值过程中点数量不足造成的; 反观集聚型点群则在此方向上空间分布的差异性明显, 同样剖面曲线图也恰恰证明了这点; 而随机分布的点群, 同原始的空间分析格局一样, 表现出折中的特性。③表 1 的分层设色图和剖面曲线图均与图 1 具有很好的——对应关系, 证明本文提出的地图点群空间分布特征的局部分维分析方法能较为容易地实现对目标点群内部某特定子点群的分布特征的定量分析。

(2) 同分布格局的关联性分析。为了直观地比较出三种点群的元分维值分布情况, 将三种点群的元分维值划分为五个不同的区间, 并统计出

三种点群各区间内的对应点数, 可以看出, 均匀点群的元分维值主要集中在高值区; 随机点群主要分布在中值区和较高值区; 集聚点群则主要分布在较高值区, 见表 1 元分维值分布直方图。

通过多组数据证明, 这种结构特征实际上和原始点群的空间分布格局有很大的关联性。联系原始点群的特点可知, 对于均匀点群而言, 在点群外接矩形四边各向内减少一个滑动窗口尺寸 r 的范围内, 其每个点都具有较为均匀的子点群, 因而具有较大的分维值, 而其边缘区域的点的分维值则很小。因此元分维岛的分维值分布结构实际上和滑动窗口尺寸 r 的关系密切, 但正常情况下, 均呈现出高值比重非常大, 且等值的情况。对于集聚点群而言, 多数点集中在集核附近, 这部分区域相对来说点群也表现出较为均匀的状态, 因此对于这部分点的元分维值也较高, 但又低于绝对均匀分布状态下的分维值, 且数量相对也比较多; 同时表现出, 点数量和分维值均由集核中心向四周递减的特点, 如表 1 集聚点群的分层设色图所示; 集聚点群虽然也具有一定数量的高值、低值点, 但这些点数量相对较少。对于随机分布的点群而言, 性质介于前两者之间, 因而在结构图上表现出较为正态分布的特点。

图 4 为三种点群对应的元分维岛中的所有元分维值按从小到大的顺序连成的曲线。结合此图, 可以更为直观地验证上面的结论, 均匀点群对应图中最上面的曲线, 意味着平均元分维高于集聚点群及随机点群, 且高值数量众多。集聚点群对应的曲线则表现出变化幅度较大的特点, 这正是集核区域较多数量的点和其他区域较少数量的点的空间分布差异性造成的。随机分布的点群虽然

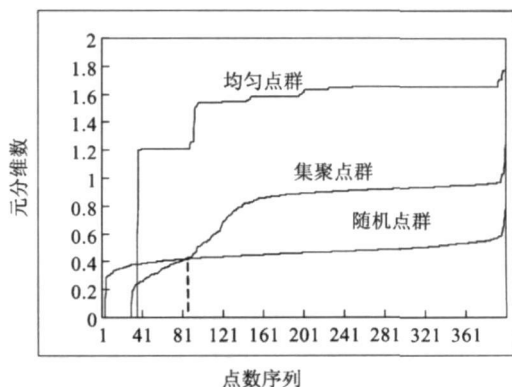


图 4 元分维分布曲线图

Fig 4 Trend line of value in MFD

元分维变化幅度不是太大,但由于其内部点分布的随机性,导致随机点群的整体元分维相对偏低,使其与集聚点群的分维值曲线有了交叉。

4 结论与讨论

元分维模型在针对地图点群的空间分布特征研究中表现出较好的分析能力,一方面通过实验得到的元分维岛数据,可以定量地揭示地图点群内部一定范围内子点群的空间分布特征,从而弥补了传统分析方法的不足,同时使得分形理论得到了很好的扩展;另一方面通过元分维值分布直方图以及剖面曲线图的结构,又可以有效地探测出原始点群内部的空间分布格局,是一种兼顾宏观和微观的扩展分维分析方法。

元分维分析方法可以通过对中小比例尺地图中的地图点群目标进行分析,从而揭示这些目标所反映的地理对象在空间上的分布状态规律,但是这种方法的应用还需注意一系列问题:原始分析点群的点数目必须达到一定的数量;必须合理选择分维估值中的尺度及无标度区间;元分维模型的滑动窗口尺度的确定应信赖于研究的内容和目的等。

结合具体的实例数据,比如城镇点群数据等,运用元分维分析方法对地图点群局部分异现象进行研究,并探讨如何揭示其内部规律的机理和方法是今后需要进一步研究的课题。

参考文献

[1] 刘颖,翟京生. 随机点群目标空间图形的表达与识别. 测绘科学, 2005 30 (4): 39~42

- [2] 龙毅,毋河海,周侗等. 地图目标局部分形描述的元分维模型的实现. 武汉大学学报 (信息科学版), 2006 31 (10): 892~895
- [3] 龙毅,周侗,刘学军等. 地理空间信息的 M-R 曲线扩展分析. 地球信息科学, 2006 8 (3): 76~82
- [4] 刘式达,刘式适. 分形和分维引论. 气象出版社, 1993
- [5] 王桥,毋河海. 地图信息的分形描述与自动综合研究. 武汉: 武汉测绘科技大学出版社, 1998
- [6] Kaye B H. 分形漫步. 徐新阳,康雁,陈旭等译. 沈阳: 东北大学出版社, 1994
- [7] 张济忠. 分形. 北京: 清华大学出版社, 1995
- [8] 张红,王新生,余瑞林. 基于 Voronoi 图的测度点状目标空间分布特征的方法. 华中师范大学学报 (自然科学版), 2005 39 (3): 422~426
- [9] 周文臣. 分维场论——分形理论的新拓展. 山东师大学报 (自然科学版), 1996 11 (1): 101~103
- [10] 徐宝民,张丽清,刘永清. 分形中的局部维数及其动力学方程. 华南理工大学学报 (自然科学版), 1998 26 (1): 21~25
- [11] 曹汉强,朱光喜,李旭涛等. 多重分形及其在地形特征分析中的应用. 北京航空航天大学学报, 2004 12 (11): 1182~1185
- [12] Barberi R, G iacomo M, Sayko G V, et al. Planar nematic anchoring on rough anisotropic substrates: An elastic model. Physics Letters A, 1996 213 293~296
- [13] 周侗,龙毅,汤国安等. 面向 DEM 地形复杂度分析的分形方法研究. 地理与地理信息科学, 2006 22 (1): 26~30
- [14] 龙毅. 扩展分维模型在地图目标空间信息描述中的应用研究. 武汉大学博士论文, 2002

A Method of Local Fractal Dimension Analysis on Spatial Distribution Characteristics of Cartographic Point Group

CUI Shilin^{1,2}, LONG Yi^{1,2}, ZHOU Tong^{2,3}, WANG Liqin^{1,2}

(¹ School of Geographic Science, Nanjing Normal University, 210046 China;

² Key Lab. of Geographic Information Science of Jiangsu Province, Nanjing Normal University, 210046 China;

³ School of Geographic Science, Nantong University, Nantong 226007, China)

Abstract As a main factor of fractal geometry, fractal dimension is used to quantitatively analyze the spatial distribution characteristics of the cartographic point group. But it is proved in practice that the cartographic point group usually shows nonuniformity of local fractal characteristics. This paper puts forward a Meta Fractal Dimension Model (abbreviated as MFDM) based on the extended analysis that can be applied to describe the change of local shape of map objects. The MFDM, which makes the fractal method an expansion, shows good analytical ability for spatial distribution characteristics of the cartographic point group, thus is more effective than the traditional fractal methods. On the one hand, the experimental results reveal the spatial distribution characteristics and their change status of these internal points in a certain scope that is called neighboring radius or side length r ; on the other hand, the distribution histogram and profile curve of MFDM, which in the meantime thinks about macro-scope and micro-scope analysis, can further detect the internal spatial distribution pattern of these original points. So the method of the MFDM can be adopted to analyze point groups on the medium- or small-scale maps and to discover the distribution disciplines of the geographical objects. But there are also some aspects to be noticeable in applying this method: the original point group must reach a certain number; there must be a reasonable fractal scale and a non-scaling interval; and the size of the sliding window should rely on the research content and purpose.

Key words point group; spatial distribution; sliding window; local fractal; meta fractal dimension