

再论 DEM 精度评定的基本理论问题

胡 鹏¹, 吴艳兰¹, 胡 海²

(1 武汉大学资源与环境科学学院, 武汉 430079; 2 武汉大学 GPS 工程技术研究中心, 武汉 430079)

摘要:数字高程模型(DEM)应用十分广阔。本文通过实际存在的对地面两种不同认识论观点的分析,阐明地面是多个单元曲面,它们是在复杂的地形结构线上拼接而成的确定表面,那种把地面或其局部视为随机曲面的观点不符合人类生活和生产实践;通过对系统误差和偶然误差性质概念和 DEM 生产过程的分析,指出 DEM 的总体误差以偶然误差概而论之,完全忽视了内插过程并错判了内插误差的性质;同时,对 DEM 的偶然误差计算中前提的设置、计算推理链的问题进行一定分析,揭示偶然误差论在实践中难予解脱的困境,并进一步阐述了它对 DEM 误差检核方法、标准的不良影响和对质量的危害。因此希望重视这一重要理论问题,开展讨论,澄清疑虑,促进问题的解决。

关键词:DEM 误差分析;随机误差;逼近误差;数值逼近;DEM 质量

中图分类号:P208; O212

1 前言

DEM 是地球表面一种重要的数字表述,其误差问题是 DEM 的重要理论问题,也是优秀 DEM 生产方法的评判标准和产生前提。当前 DEM 已是全球通用的国家级地理信息基础产品,基于问题的基础性、重要性和广泛性,本文本着百家争鸣的态度,力求通过讨论较好解决问题。

2 对地面(高程)数字的认识

人们对地面数字的认识:

一种观点(A)认为:地球表面可视为定义在椭球面上或平面上的复杂曲面 $Z=F(X,Y)$,它是确定的几何面,而非随机曲面;

另一种观点(B)认为:从宏观的角度看,地球表面可视为定义在椭球面上的复杂曲面,并且,可用确定的几何面来描述它。但是,到了大比例尺的 DEM 建立,考虑的地面显得特别复杂,根本不可能用一个确定几何面来描述它。许多研究表明,地面变化有不同层次的细节,局部的变化表现出随机性。因此,想用几何面来表示地面的局部变化是难

以实现的。

A 观点:宏观上认为没错,宏、微观仅是相对的观点角度,微观上就一下子变成不是确定的几何面了,需经实践检验。比如,我们通过测量或图上量算三个点(X,Y,H),并以过这3点的平面三角形作为这3点间确定的复杂地面的近似代表,就是一个典型的逼近过程。

其中“地面显然特别复杂,根本不可能用一个确定的几何面来描述它”,这与是“确定的表面”并不矛盾,复杂的地面曲面是由多个单元的简单曲面拼接成的连续曲面(并在正、负结构线上拼接),不同的精细要求,就有不同的复杂程度,也就有相应那么多个单元曲面。不管已知或未知,但不能否定它是一个确定的表面。有“统计相似性”、“随机性”,并不能否定“每一寸土地的确定性”这一事实。“单一函数”和“确定”是两个概念,平面上定义的(一般单值)分片连续的再多个函数面也是一个确定的几何面。设想一个“不确定面”,如何内插测量?可见测不准的原理并非因为对象本身是随机曲面,而是认识测量它过程的某种随机性。

当然这里所说微观指相对高差 1cm 或 1mm 或 0.1mm 等尺度观察,不指水波或布朗运动的分子、原子尺度观察。

收稿日期:2004-04-19; 修回日期:2005-04-13.

作者简介:胡鹏(1944-),男,教授,博士生导师。现从事空间数学基础、地图代数、新型 GIS 软件工具、3S 集成等领域的理论与技术研究。已出版“地图代数原理与方法”、“超文本电子地图集”等论著。E-mail:phu@wtusm.edu.cn

3 两种 DEM 的误差概念分析

前一种 A 观点认为:地面是 $F(X,Y)$, DEM 是人们基于逼近函数 $F_1(X,Y)$ 构造出的对它的数字认识 $F_1(X,Y)$, DEM 的误差为:

$$E = F(X,Y) - F_1(X,Y) \quad (1)$$

F_1 是一个逼近函数, E 是逼近误差, 这里重要的是 (1) 式的定义域是整个产生 DEM 的平面区域上全部点集, E 的衡量标准是截断误差。

后一种 B 观点认为:前一种观点,只不过是离散的检查点来检查 E 。但是,原函数 $F(X,Y)$ 是不可能知道的,那么如何求得 E 呢? 人们感兴趣的是对地面的逼近误差,但遗憾的是后者无法取得,因为地表根本不可能用一个原函数 $F(X,Y)$ 来表达。

A 观点认为:原函数或真函数的存在性从来不是以它的显式表达为前提。原函数 $F(X,Y)$ 有已知的(比如各人工的地面工程和各种设计),当然大部分是未知的,但是它客观存在,这是科学认识论的前提。人们可以通过各种途径认识它,各种测绘就是对它的认识,认识和他本身的“距离”就是误差——真误差。只要必需,可以“点点”高精度测量, F 可取得。

式(1)中 $F_1(X,Y)$ 不是人们凭空构造,而是通过测绘的方法,在其给出一系列的点集 $\{X_j, Y_j, Z_j\}$ 上构造的,即一般使用测定 (X_j, Y_j, H_j) 数值的方法,使有:

$$E_j = F(X_j, Y_j) - F_1(X_j, Y_j) \quad (2)$$

该 F_2 不是函数过程而是测绘过程,目前,测绘学界较一致的观点是 $\{X_j, Y_j, F_2(X_j, Y_j)\}$ 具有偶然性质误差, F_2 是一个随机函数,尽管它定义域为全区域,但其随机误差可仅通过样本的若干取样点来确定。

现代测绘技术可使 $\{X_j, Y_j, F_2(X_j, Y_j)\}$ 具有高精度,或者远远高出 DEM 所需精度,因此 F 尽管大都未知,但 $F(X_j, Y_j)$ 可已知或视同已知。可凭借它们,进行各种差分和数值分析,并且这种数值方法能力现已非常强,足以对 F 和它的各阶导数模 M_n 进行估计。如果能做到“密集”测量, DEM 误差一般就不会很大,也不存在任何疑问;正因为不能在任意间距的格网点上都进行测量,才在已测绘的点、线上构造所有点都能得到自己高程的内插函数面来实现。当然这是相当多个单元面在复杂的地形结构线上拼接的非常复杂的面。

这里 F_1 是依据 F_2 的 $F_2\{X_j, Y_j\}$ 而不是 $F_2(X_j, Y_j)$ 所

构造,这样 F_1 除逼近误差外,还有测绘的偶然误差的影响,这种影响由 F_1 的函数形式按误差传播律方式传递而显示出来,也即偶然误差的影响通过 F_1 逼近函数发挥,这一点很重要。这样,式(1)误差总的性质,是逼近误差并顾及它的依据数据具有测绘的偶然误差扰动的综合影响。这时扰动本身有函数的变化,可直接算微分,又有随机变化。此处 F_1 函数很关键,一是逼近能力好,二是函数不能太复杂,次数不能高,避免原始数据中的偶然误差被恶性放大。当 F_1 为线性函数时,由于高程本身特点,偶然误差将决不可能被恶性放大。

这时,DEM 的生成主要依据数值逼近方法,主要依据的是具有偶然误差的点数据,根据数值逼近理论,数值逼近所用的数据从来不限定只是没有任何误差的理想数据,当然而且必须是“用逼近函数的余项来衡量 DEM 精度”。

为剖析 B 观点,也可从 DEM 生产流程考虑明确地把它分为两个阶段:一是测量和绘图得到测绘数据,这过程一般公认具有偶然误差;二是在测绘数据上构造内插函数得到所需间距 $\Delta X, \Delta Y$ 格网 DEM 上 H_j , 这是个内插,即逼近过程,具有逼近误差,即系统误差。两种误差性质差别大,不能混为一谈。在 DEM 生产流程中,这本来就是分开来的两部分,前一段用样本取样计算,用实地高精度测量样本“真值”计算检核,十分明确,规范齐全,采用提高测绘精度来促进传统测绘产品精度;后一段用全域逼近函数的截断误差衡量,用该过程所依据全部已知的测绘数据检核是最起码的,实施一次否决制,通过改良数据分片,增加片内已知特征点密度,改进逼近函数来提高本阶段质量。两者差别相当大。

为标明后一阶段的相对独立性,我们引入“地面概念模型”^[8],指出可以假设测绘数据是一种虚拟的数学曲面(即地面概念模型)的精确数据,逼近过程的质量衡量必须也只能以它作为起码检核标准,对于虚拟数学曲面,一般不致于因偶然误差混淆了人们主要视线,这过程即可视为典型的逼近过程;而前面测量或测和绘阶段已经过规定工艺完成,并经图式、规范检验合格。

4 两种不同的误差量值及其计算

B 观点认为:当逼近函数为线性函数时,首先

应该考虑的是剖面上的误差传播,如图1,若点A和B的量测精度以方差 σ_{nod}^2 表示,则点I从两格网点传递过来的误差 σ_i^2 可表示为:

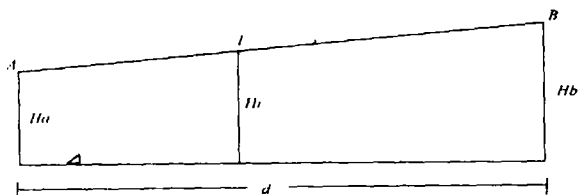


图1 在点AB之间对点I的线性内插

Fig.1 Getting the value of point I by linear interpolating between A and B

$$\sigma_i^2 = ((d-\Delta)/d)^2 \sigma_{nod}^2 + (\Delta/d)^2 \sigma_{nod}^2 \quad (3)$$

则点A和B之间所有点的平均方差为:

$$\sigma_s^2 = 1/d \int_0^d ((d-\Delta)/d)^2 \sigma_{nod}^2 + (\Delta/d)^2 \sigma_{nod}^2 d\Delta = 2/3 \sigma_{nod}^2 \quad (4)$$

对剖面上点的总体精度(σ_{pr}^2)来说,还需要考虑因线性表达地形表面而导致的精度损失(σ_t^2),从而可得到下面的公式:

$$\sigma_{pr}^2 = \sigma_s^2 + \sigma_t^2 = 2/3 \sigma_{nod}^2 + \sigma_t^2 \quad (5)$$

“在以线性方式建立地形表面模型的情况下, σ_t^2 应该表示地形表面与通过没有误差的结点所建立的线性面元(DEM表面)之间所有高程差值(δh)的标准偏差。在这样的情况下, δh 是一随机变量”。“对某一随机变量,不管它服从何种分布,其 σ 值(此处指 σ_t)总可以作为表征其离散度的一个重要指标,用数学形式表达即为:

$$P(|\delta h - \mu| \leq K\sigma_t) \geq f(k) \quad (6)$$

此处 μ 为平均值, K 为常数, $f(k)$ 是 K 的函数,其中 $f(k)$ 在0与1之间。假设 δh 服从正态分布,且 k 取值为3,则 $f(k)$ 等于99.73%。因此按实际的误差理论,使用下列表达式应该还是比较合适的:

$$\sigma_t = E_{\max}/K \quad (7)$$

E_{\max} 是可能的最大误差…… K 与式(6)中的 K 相同,其值取决于 δh 的分布。在上述正态分布的情况下,3被认为是 K 比较合适的取值。下面的问题一是估计 E_{\max} ,二是取得 K 的适当值。

图2a显示了含有特征点的凸形坡面上格网数据所产生的误差。这个图并不包含凹形和凸形坡面上的所有点,因为即使在那种为模拟地面测量而在立体模型上进行纯粹的选择采样的情况下,要采集所有的凹点和凸点也是不太可能的。图2b是为了方便获取数字估值而对图2a的变形夸张,其中点C表达了凸形坡面取得误差极值的情形。

线段AB是线性结构的剖面,角CAD是点A处的坡度角(以 β 表示);线段CE是C点处的可能误差,因此:

$$CE = CF - EF = X \tan \beta - \frac{X^2 \tan \beta}{d} \quad (8)$$

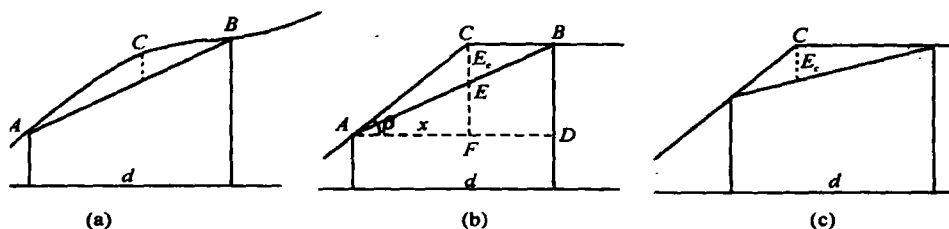
图2c表示 E_c 随格网位置的变化。下一步需要做的是针对点C的不同水平位置求出CE(图2b)的最大值。如果令CE的一阶导数为0,则CE取最大值时点C的位置由下式决定:

$$\frac{d(CE)}{dX} = \tan \beta - \frac{2X \tan \beta}{d} = 0 \quad (9)$$

从式(9)可以看出 $X = d/2$,将此值代入式(8)中并以 $E_{c,\max}$ 代替CE则有:

$$E_{c,\max} = CB = \frac{1}{4} d \tan \beta \quad (10)$$

由此可见,混合数据的最大极值是简单格网数据(不包含特征值)的最大极值的一半。对混合数据来说线性表达导致的最大误差就是 $E_{c,\max}$,但只有在格网数据时,情况就变得比较复杂。(A注:图2所示仅为等齐长斜坡(β 为定值)到平顶时的特殊情况,它所得到的“最大误差”并非最大;对于大量在 d 之间及不大于两端点高差的阶地的情况,如图3所示: X

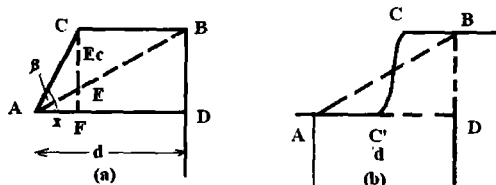


(a)凸形坡面; (b)为方便分析,对(a)的变形夸张; (c)表明 E_c 随格网位置的变化

图2 普通地形坡面的线性表达可能的最大误差(摘自文献[2])

Fig.2 Possible maximal error of the linear expression for the terrain slope (Refer to Fig.4-2-5 of reference[2])

定义值范围是 $0 \sim d$, 而 β 是点的坡度角, 范围是 $0 \sim 90^\circ$, 本是相互独立, 但式(8)中限定了 $CF = X \tan \beta \leq BD$, 混合数据中, A 、 B 间高差 BD 和水平间距 d 都是确定值, 极限时 $\tan \beta$ 并非常数, 而是 X 的函数, 这样式(9)求导不应忽视式(8)的限定, 结果显然大不相同。



(a) C 向左滑动, $X=0$ 时, $E_c=CE=BD$; C 向右滑, $X=d$, $E_c=CE=0$;

(b) 当格网 $A(B)$ 向右滑动到 C' 时, 将得到最大误差值 $+BD$,

格网 $B(A)$ 向左滑动到 C 时, 将得到最小误差 $-BD$

图 3 普通地形坡面的线性表达可能的最大误差

Fig.3 Possible maximal error of the linear expression for the terrain slope analyzed in this paper

式(8)应为: $CE = CF - EF = BD - X \cdot BD/d$; 故在 $X=0$ 时有极大值, $CE=BD$; $X=d$ 时有极小值, $CE=0$; 同理, 对于凹形坡也在两端取得普通地形坡面的线性表达可能的最大误差。结果可从图 2 的最大值 $BD/2$, 应大 1 倍, 变为图 3 的 BD , 这才是最大误差, 也很容易验证)。B 观点认为: 同样可得到双线性方法构

造 DEM 的误差相应表达。而对于广泛使用的 Delounay 三角形内插, “下面给出模拟传统地图精度规范的经验模型...:

$$\sigma_{dtm}^2 = \sigma_{dcd}^2 / C + (CI/K)^2 \quad (11)$$

式中, σ_{dcd} 代表数字化等高线数据的方差; CI 为等高线间距; K 和 C 为常数, σ_{dtm} 代表以方差表示的 DEM 的精度”。 C 一般为 3, K 按表 1 数据在 4.5~5.9 之间。

据此最后得到混合数据和仅格网数据(不含特征数据)线性建立的 DEM 的方差公式。相应于本方法, 有实验 1 结果(全部 6321 检查点, 各区各有 2000 左右个点)数据如表 1。

其中 F-S 数据指选择性采样增添的地形特征点数据。

还有实验 2 结果表 2(编号为 28、29 的 1:1 万两幅地形图数据, 等高距分别为 1m、5m):

“从表中结果可得出从摄影测量等高线数据建立的 DEM 其精度大约在 $CI/3 \sim CI/5$ 之间。如果等高线是从现有地图上通过数字化方式获取的, 则最终 DEM 的精度肯定要低于前面给出的精度值”。

科学的假设是以事实为基础的, 而且要以全部新发现的事实随时验证它。两测定点之间的地面剖面是随机曲线的假设之前, 应考察一下这地面是否全部具有随机曲面的 4 大特性: ①任两定点间或

表 1 等高线数据上 DEM 精度(摘自文献[2])

Tab.1 Precision of DEM on contour lines (Refer to tab 4-3-4 of reference [2])

参数	Upland		Sohnstetten		spitze	
	有 F-S 数据	无 F-S 数据	有 F-S 数据	无 F-S 数据	有 F-S 数据	无 F-S 数据
RMSE(m)	0.93	1.74	0.35	0.91	0.17	0.27
μ (m)	0.47	1.05	0.11	0.22	0.09	0.10
σ (m)	0.80	1.39	0.35	0.88	0.15	0.24
$+E_{max}$ (m)	3.25	5.91	1.73	4.52	0.75	0.94
$-E_{max}$ (m)	-5.18	-5.18	-2.48	-3.01	-0.95	-0.95
...

表 2 根据不同原始数据建立的 DEM 的精度

Tab.2 Precision of DEM built by different data (Refer to tab.1 in the second appendix of reference [2])

	平坦地区		丘陵地区		山岭地区	
	检查点数量	RMSE	检查点数量	RMSE	检查点数量	RMSE
(a)全自动摄影测量	152	2.88	83	2.60	41	4.73
(b)半自动摄影测量	152	1.25	83	1.24	41	3.56
(c)解析摄影测量	152	0.87	83	1.05	41	2.43
(d)摄影测量等高线	152	1.18	83	1.16	41	3.77
(e)地图数字化等高线	152	1.20	83	1.12	41	3.99

任一定切面间,地面一定有最高点,而且往往出现多峰,绝不是最大误差出现 0 概率;②绝对不总是钟形曲线(面)所体现的小差总多于大差;③对定线或定面几乎不可能出现正负高差对称、形状对称的情况,绝对不是有个对称的钟形山就认可这一特性,这跟正负误差出现概率相同完全是不同概念;④绝不总是数学期望为 0。 δh 能是一个随机变量吗?

DEM 的误差总的性质,是逼近误差并顾及它的数据具有测绘偶然误差扰动的综合影响。理论上是可以肯定的,但不能用偶然误差的概念概括它。

实践也证实了这一点。B 观点在表 1 实验数据雄辩地表明:①所有 6 项 E_{\max} 均为 RMSE 三倍以上,分别约为 5.57、3.40、7.09、4.97、5.59、3.52,最高达 7 倍之多;②总体而言,不可能属于随机误差性质范畴,故用 RMSE 是不恰当的;③相应于随机误差的取样方法、计算方法、检验数值标准均需重新考虑!

表 2 说明 RMSE 数据一般在 1 个等高距左右,也即一般也允许 3 个等高距以下的极限误差存在,这会相差 2~4 根等高线,这样的 DEM 精度较低,很难满足广泛需要。也表明与表 1 数据 RMSE(顾及等高距)差距相当大(达数倍)。两个实验中经验公式(11)的 K 差别很大,而公式总共才 4 个参数,普适性低。

实际上文献[1]早对类似实验揭示“最大误差为均方根差 4~8 倍”,并且“误差中含有明显的系统误差成分”。并且指出“应用最小二乘法配置的前提,是处理对象必须属于遍历性平稳随机过程”,而“地表起伏现象却十分复杂,各类地貌形态未必都符合遍历性平稳随机过程的统计规律”。文献[5]也认为协方差法“难于用于评价整个区域 DEM 的误差情况和实际分布,无法判定所建立的 DEM 与实际地形的吻合情况”。

文献[7](本意只是不同意流行的随机观点的均方根差估计)集中给出了线性、双线性及三角形上线性插值的逼近误差估计公式,它们分别为 $1/8 M_h^2$ 、 $1/4 M_h^2$ 、 $3/8 M_h^2$,它们基本上直接或间接来源于计算数学文献[3]、[4]。

5 两种误差的性质和 DEM 质量检核

B 观点认为:误差的大小,只有在实践中才能

辨别真假,解决问题。

A 观点认为:误差有两大部分,误差的质和它的量值。误差值计算应注重其性质。

不同性质的误差有不同误差量值计算公式、标准,不同的检核方法。就以生成 DEM 回放等高线组与原等高线组比较,检查 DEM 质量的方法而言,它被普遍认同。两组等高线上万千对对应点均各有大大小小误差,也以两种误差观点认同为前提:一是如何取样,取哪些点,哪种值或是按样本(大或小)取均方根差,或是在全定义域中取全集中最大值;二是原等高线是否真正能作为检验标准对照物,能算数?为什么它能取代地面这个原函数?不确定好该误差性质,就不能正确回答这两个问题。

承认 B 观点就是采用随机误差来概括 DEM 的总体误差(采用 RMSE 本身的前提就是随机对象);否定客观存在且自己几经使用的内插函数和内插误差的系统性;也完全忘记了为解决“偶然误差”带来的系统误差部分必须采用高等平差方法——“配置”来予以分离的技术现状;必然采用样本采样计算 RMSE 来作为标准衡量出现的误差,必然允许 3 倍于 RMSE 的极限误差出现,必然出现类同表 1 只要稍多取样最大误差超过均方根差 5、6 倍的现象。

承认 A 观点就是采用逼近误差来概括 DEM 的总体误差,必然全域采用截断误差概念来衡量全域出现的最大误差;必然顾及偶然误差实际通过逼近函数产生作用,因而是运用该函数微分来进行估计(误差的函数传播);试想:DEM 最大用途之一就是水利,水利部门为能利用每 1 个 cm 的“水头”万分欣喜而不辞辛苦;而 1:5000 或 1:1 万地形图测绘(1m 等高距,一般只允许 $1/3m$ 均方根差)的工作量很大,可原有 DEM 技术得到的 1m 左右均方根差,3m 最大误差质量的 DEM 在水利上的作用并不大。

6 结语

DEM 误差是 DEM 基本理论问题,但由于本身复杂性,理论、标准和方法,至今尚不够清晰,有待更深入地研究。

对于习惯的、通用的、主流的 DEM 总体误差是偶然误差的理论观点和技术体系作者曾提出了异议。本文认为要提高 DEM 质量须不断实践,进一步研究探讨 DEM 基础理论问题。同时,也望对本文不

正确的观点、错漏, 赐于批评指正, 以利对 DEM 问题得到正确的共识。

参考文献

- [1] 柯正谊, 何建邦, 池天河. 数字地面模型. 北京: 中国科学技术出版社, 1993, 111~112, 163~164.
- [2] 李志林, 朱 庆. 数字高程模型. 武汉: 武汉测绘科技大学出版社, 2000, 60~108, 218~225.
- [3] “数学手册编写组”编. 数学手册. 北京: 高等教育出版社, 1979, 879~900.
- [4] 武汉大学计算数学教研室, 山东大学. 计算方法. 北京: 人民教育出版社, 1979, 342~347.
- [5] 唐新明, 林宗坚, 吴 岚. 基于等高线和高程点建立 DEM 的精度评价方法探讨. 遥感信息, 1999, 55(3): 7~10.
- [6] 胡 鹏, 游 连, 杨传勇, 吴艳兰. 地图代数. 武汉: 武汉大学出版社, 2002.2, 285~291.
- [7] 胡 鹏, 吴艳兰, 胡 海. 关于 DEM 精度评定的基本理论问题. 地球信息科学, 2003, 5(3): 64~70.

A New Research on Fundamental Theory of Assessing the Accuracy of DEMs

HU Peng¹, WU Yanlan¹, HU Hai²

(1 School of Resource and Environment Science, Wuhan University, Wuhan 430079, China;

2 Research Center of GPS, Wuhan University, Wuhan 430079, China)

Abstract: DEM(Digital Elevation Model) is the model of terrain and relief, and also a fundamental digital product of the nation. It has been widely used in many areas. The author firstly analyses two existing diverse epistemological viewpoints of the ground, and then clarifies that the ground exterior is a certain exterior which consists of several curved surfaces based on complicated terrain frame lines, indicating that the viewpoint which regards the ground exterior or part of it as a stochastic surface does not tally with human life and production practice. Through the property analysis of system errors and accidental errors together with the analysis of DEM production, the author also indicates that using only accidental errors to estimate DEM errors ignores the process of interpolation and gives out an incorrect property of interpolation errors. At the same time the premise setting and some mistakes in the process of illation in DEM accidental error calculating are discussed in the paper. Finally the author points out that using accidental errors to estimate DEM errors has been in hot water and does great harm to the check method and standard of DEM errors, so as to reduce the quality of DEM products.

Key words: DEM error analysis; random errors; approximation errors; numerical approximation; DEM quantity