

全球六边形离散格网的几何最优化设计与空间度量

童晓冲^{1,2}, 黄进¹, 谢金华³, 韩硕¹

(1. 信息工程大学地理空间信息学院, 郑州 450001; 2. 北京师范大学民政部/教育部减灾与应急管理研究院, 北京 100875; 3. 国家测绘地理信息局卫星测绘应用中心, 北京 101300)

摘要 全球离散格网系统(Discrete Global Grid System, DGGS)是一种新型的空间数据模型。它采用特定的方法进行地球表面的同构离散化, 提供了一种无缝无叠的多尺度的全球格网结构。DGGS使用格网的地址编码运算代替传统的坐标计算来处理各种空间操作。本文以六边形DGGS为研究对象, 提出了一种用于评价格网几何均匀性的新型最优化目标函数, 设计了以启发式全局优化方法为核心, 结合数值投影变换方法, 构建六边形的DGGS。另外, 针对DGGS目前的短板问题——空间度量, 研究了DGGS上基于格网方法的面积度量、长度度量和角度度量, 旨在发展一套全球六边形离散格网上的空间度量体系。

关键词 全球离散格网; 六边形; 最优化; 空间度量

DOI:10.3724/SP.J.1047.2015.00774

1 引言

全球离散格网系统(Discrete Global Grid System, DGGS)采用特定方法将地球均匀离散化, 形成无缝无叠的多分辨率格网层次结构, 以格网单元的地址编码代替传统地理坐标参与数据操作, 是一种新型的空间数据组织、管理与应用模型^[1-2]。针对该问题, 许多学者都提出了解决方案, 其中一种理想多面体上的多层级规则几何剖分格网(Geodesic DGGS)被用在许多不同的领域^[3-4]。建立最优化全球离散格网的目标, 是寻找尽可能均匀的几何图形来无缝无叠地覆盖整个球面, 而基于理想多面体的DGGS使用规则的几何多边形(三角形、四边形、六边形)以覆盖整个地球表面。另外, 全球离散格网系统是一个完整的技术体系, 它采用同构化的数据建模方式记录与表达地球空间信息, 因此, 利用全球离散格网优势建立的空间信息管理或处理系统, 需在这个全新的空间数字框架和体系下完成。该数字框架应包括构建、编码、索引、度量、处理、运算等一系列空域和频域操

作。近20 a来, 全球离散格网系统的研究, 多集中在格网剖分模型构建、编码方案与空间索引等方面, 并取得了长足进展^[5-8], 但作为空间框架数学基础之一的空间度量体系, 在全球离散格网系统上的发展显得相对滞后, 阻碍了全球格网系统技术体系的完整性和实用化。全球离散格网上的空间度量是解决格网上几何特征量测问题的关键技术环节, 因此, 它的研究将有助于全球离散格网的应用向深度和广度发展。

本文重点研究了全球离散格网系统上的度量体系, 其有别于传统坐标空间的度量(度量是使用格点形状进行处理的), 对空间的度量准确到格子数, 并利用格子的多尺度性, 给出度量空间在不同层次的有效数字。该度量体系从原理上要求球面格网的格子相同, 这样有助于格网度量向真实空间度量进行转换。一般来说, DGGS的单元越均匀, 它在未来的应用中将越有效, 特别是在格网度量空间的构建中。格网的均匀性对度量系统的研究与分析起重要作用, 在格网度量向传统欧式度量转换的过程中, 格网越均匀, 二者的差异将越小。

收稿日期 2014-12-31; 修回日期: 2015-03-25.

基金项目 国家自然科学基金项目(41201392, 41271391, 40930104)。

作者简介 童晓冲(1982-), 男, 博士, 副教授, 主要从事全球离散格网系统、摄影测量与机器视觉等方面的研究。

E-mail: txchr@163.com

2 全球六边形离散格网的几何最优化设计

2.1 全球离散格网的构建现状

目前,DGGS的构建方法可划分成2类:直接剖分法和间接投影法。但无论是在球面上进行直接生成的方法,还是地图投影变换完成的间接生成方法,都很难在球体表面生成完全均匀的格网单元。虽然,一些方法在生成过程中,强制增加一些约束,使得某些几何指标变得很好(如使用Snyder等积多面体投影^[9]生成的DGGS,可保证在单元的面积指标上保证均匀),但这会导致其他指标下降,因此很难生成真正意义上几何属性均匀的球面格网。其主要原因:(1)很难找到一种单一的几何均匀性指标用于评价DGGS,因此导致各种指标出现,包括面积均匀性、角度均匀性、长度均匀性等,且任何一种DGGS都很难保证这些指标同时达到最优;(2)大部分DGGS的生成算法都是采用后验的方法,意味着生成DGGS前并没有加入最优化的考评机制,如QTM(Quaternary Triangular Mesh,QTM)^[10],将导致最优化目标很难被控制,并且仅仅能在格网生成以后被测算。

2.2 几何最优化格网的构建目标

传统方法在评价DGGS的几何属性优劣程度的过程中,常使用格网边长、格网面积和格网角度等几何指标的变化情况作为评价标准^[1,11]。然而,某个单一指标的最优化很难带来格网几何形态的最优化,因为这些指标都只是从某个侧面对格网几何形态进行的描述,这种描述很多时候可能是矛盾的。因此,为了构建几何最优的DGGS,有必要设计一种新的评价指标,既避免多目标优化过程中的相互矛盾,又可对传统指标进行平衡。

使用单一指标来指导球面剖分,需充分考虑DGGS的均衡性,理论上DGGS中所有单元如果能均衡分布并无缝覆盖全球,那么DGGS的变形就最小,这种情况下,每一个单元需要接近一个理想的球面多边形单元。定义理想球面正多边形:以球面上任意一点 C_0 为极点,以球面长度为 r 的大弧为半径绘制伪纬圈(任意平行的平面与球面形成的一系列交线^[12]),理想球面多边形的边界点 $C_i, i \in \{1, 2, \dots, m\}$ 均匀落在该伪纬圈上,满足: $\angle C_1 C_0 C_2 = \angle C_2 C_0 C_3 = \dots = \angle C_m C_0 C_1 = \pi/m$ 。

以理想的球面多边形为参考标准,DGGS上每一个单元相对于它的形变越小,那么DGGS将越均匀,DGGS的几何形态理论上越优秀。以DGGS上任意一个单元为例,该单元用 $H_0 - H_1 H_2 \dots H_m$ 表示(其中, H_0 是单元的球面中心, H_1, H_2, \dots, H_m 是球面上单元的边界点),一定存在某个理想的球面多边形单元 $C_0 - C_1 C_2 \dots C_m$ 与它在几何形态上最接近,使用欧式距离 Obj_1 来表示二者的相似性程度,如式(1)表示,其中, $C_0 \in H_0 - H_1 H_2 \dots H_m$ 。 Obj_1 描述了真实单元与理想单元之间的差异,当 $Obj_1 = 0$ 时,二者一致。

$Obj_1 =$

$$\min_{C_0 \in H_0 - H_1 H_2 \dots H_m} \sum_{r \in [0, \pi/2]} \left[(X_{C_i} - X_{H_i})^2 + (Y_{C_i} - Y_{H_i})^2 + (Z_{C_i} - Z_{H_i})^2 \right] \quad (1)$$

由于球面的特殊性,并不存在大小一致、完整覆盖球面且无缝的理想格网集合,但是单个理想单元是可以存在的,那么,将这些单元集中在一起,即使达不到都是理想单元的情况,但可通过调整,某些单元少一点,某些单元多一点,最后平衡地覆盖全球,而覆盖全球的指标就是均匀性,这些平衡后的单元之间最相似并且都和球面理想单元相似,把这些相似度的和作为指标进行考核,有利于建立更加均匀的球面格网。对于整个DGGS,要满足上诉要求,设计了式(2)的最优化指标 Obj_2 ,其中,DGGS的单元个数为 N ,球面理想单元用 C^i 表示,球面实际单元用 H^i 表示, $i = 1, 2, \dots, N$ 。 Obj_2 目标一方面保证了所有实际格网单元与理想球面单元之间的最小距离,另一方面保证了所有DGGS单元的几何形态均匀特性。

$$Obj_2 = \min_{r \in [0, \pi/2]}$$

$$\sum_{i=1}^N \left(\min_{C_0 \in H^i} \sum_{j=1}^m \left[(X_{C_j} - X_{H_j})^2 + (Y_{C_j} - Y_{H_j})^2 + (Z_{C_j} - Z_{H_j})^2 \right] \right) \quad (2)$$

式(2)给出了几何最优化DGGS的目标,采用单目标的方式,既保证了DGGS的几何指标唯一性需要,便于优化计算,又顾及了边长、面积、角度等各种指标的均衡性,是一种较理想的综合性几何评价标准。

2.3 全球六边形离散格网的几何最优化思路

本文以文献[1]、[7]、[14]中二十面体上孔径为4的六边形层次剖分方法4HI为例,说明DGGS几何

最优化的基本思路:

(1) 由于 DGGS 是层次格网系统, 为了保证 DGGS 的均匀性, 在每一层剖分的过程中都采用 Obj_2 进行约束。另外, 考虑到球面二十面体的每个面都是球面三角形, 因此本文的初始几层的剖分需要在球面三角形上直接进行划分。在确定了方法与目标后, 需要考虑的就是优化策略的问题, 由于该问题的复杂性, 很难直接列出解析方程, 使用经典的优化策略将会遇到很大的问题, 因此本文采用了群体优化算法中的遗传算法作为优化策略。遗传算法是一种性质优良的优化方法, 具有很强的鲁棒性和收敛性, 但是, 考虑到球面本身的复杂情况和直接球面剖分法存在的问题, 随着剖分层级的增加, 需要优化的参数数目增长迅速(如第2层次, 需优化4个参数; 第3层次, 需优化8个参数; 第4层次, 需优化21个参数, ...), 即使是最优秀的策略也很难将该优化进行到第 N 层, 因此, 只能在有限层级内, 得到最优化 DGGS 中每个单元的中心点与边界点。

(2) 在平面三角形上, 根据文献[1]提供的平面格网划分方法, 形成 4HI 结构的不同层次平面六边形单元, 计算出单元中心点和边界点。

(3) 有了同一层次平面三角形上的六边形剖分单元和球面上六边形剖分单元, 等于在平面格网与球面格网之间建立了2个对应的控制点数据集, 2个对应数据集之间可采用某种数值变换的方法进行转换, 比较典型的方式是地图投影变换中使用的数值投影变换方法, 它可以有效地描述2个二维平面场之间的数值对应关系。理论上, 只要控制点数

据集足够密集且分布均匀合理, 就可保证2个场数据间的转换精度, 因此可用来形成平面格网与球面格网之间的转换。

关于全球六边形离散格网的几何最优化的详细设计方案, 可参考文献[15]。相关的研究发现, 采用几何最优化数值投影方法生成的格网在多个几何指标的均匀性方面要优于现有格网生成方法。例如, 相对于常用的 Snyder 等积多面体投影, 其在格网的边长、夹角、半径和内角等指标的变化率上都具有较大的优势, 在面积的变化率方面稍逊于 Snyder 投影, 这是因为 Snyder 是严格的等面积投影变换, 如图1所示。总体而言, 从2种 DGGS 的整体几何均匀程度上比较, 最优化数值投影方法生成的 DGGS 优于 Snyder 等积投影方法生成的 DGGS。

3 六边形离散格网的空间度量

3.1 格网上空间度量的研究现状

自格网系统出现以来, 有不少学者关注了格网的度量特性, 中国古代就有“计里画方”的思想, 通过格网进行距离和面积的量算, 可以说格网本身就具备度量的基础^[16]。随着数字技术的发展, 特别是数字图像和栅格分析技术的深入应用, 对特征的精确度量越来越显示出其重要性, 也越来越得到重视。从根本上来说, 目标特征的度量是从数字化的矩形格网数据中精确地估计出产生这些数据的模拟量的性质, 包括距离、面积、角度、最长尺度、宽度、外观比例、粗糙度等几何量测量^[17]。从某种角度来说, 这也是格网上的量测尺度。

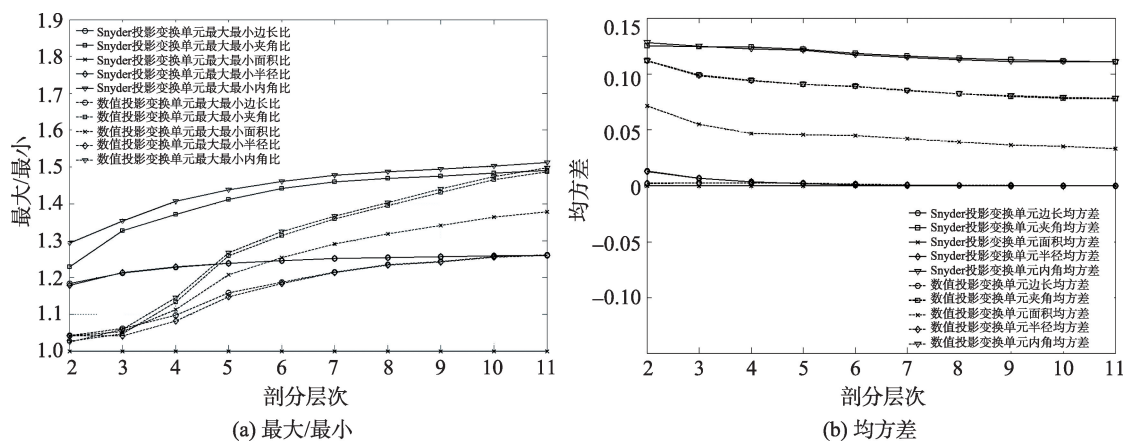


图1 最优化数值投影变换和Snyder投影变换生成离散格网的各项几何指标变化率比较图^[15]

Fig. 1 The geometrical properties of generating grids between geometry optimization&numerical projection and Snyder equal-area projection^[15]

全球离散格网系统本质上是一种格网系统,与传统平面格网不同的是它采用了球面格网单元,进行空间数据的组织与表达。在这样一个全新的球面格网体系下,空间几何特征的度量方法将成为一个突出的问题。在格网空间对目标的几何特征进行量测,是人们从离散化的空间去估计连续世界的情况,如何准确估计是一个复杂的问题,特别是特征量的计算公式是非常关键的内容。以最简单的情况(平面矩形格网空间上距离特征的量测)为例,格网上的距离常常被用于栅格数据处理等方面,是空间域的基本操作。文献[14]、[18]~[20]等研究了各类格网上的基本数学运算与操作,而在此基础上的几何度量研究,特别是针对六边形格网的研究,目前还比较缺乏。

需重点说明的是,格网上的度量有别于传统坐标度量,二者存在概念上的差异。传统度量方法强调的是度量的误差,而格网度量的过程中,虽有误差,但它的误差概念和有效位的概念同时出现。在离散格网系统上,当度量的最大误差小于当前层次一个格子的大小,就是该层次格网上度量的有效位。这个问题实际上和传统数学上的有效数字类似,格网的层次相当于有效数字的位数,即使计算结果很精确,但是结果多于有效数字时,后面计算得再精确也没有意义。而格网空间的多尺度性,正是一个球面上有效数字的控制系统,能保证任意一个层次的计算都准确,但是和理想的真值都存在差异,这不是误差带来的,而是有效位数带来的。下面以六边形离散格网上面积、长度和角度3个基本的度量为例,讨论格网上空间度量的问题。

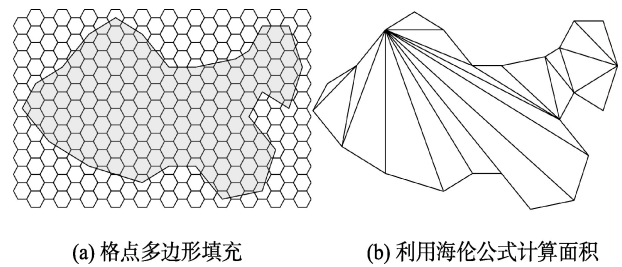
3.2 六边形格网上的面积度量

格网上面积度量的核心是计算格网上不规则多边形区域的面积,我们对格网上不规则区域的定义就是格点化的多边形几何区域,即需要保证所有的多边形顶点都落在格网的中心格点处,又称格点多边形。当然,实际的多边形顶点不可能正好落在格网中心,但是格网系统中是将格网的大小是作为容差进行考虑的,而且随着格网层次的增加,这个容差将越来越小。另外,传统多边形特别是复杂多边形(带孔、带岛、凹多边形等)的面积计算非常复杂,在格网系统中是否存在简便的计算方法? 1899年,奥地利数学家Pick提出了计算矩形格网上格点多边形面积 S 的一个简单公式,即皮克定理^[21~22]。

$$S = a + \frac{b}{2} - 1 \quad (3)$$

式中,定义格网的面积单位为1;多边形内部的格点数为 a ;多边形边界上的格点数为 b 。该定理揭示了一个规律,即格点多边形的面积只与多边形内部格点数以及边界上的格点数相关,与边界所处的位置和对格网的分割情况无关。这个规律性的结论在六边形格网上是否同样存在? 文献[23]从理论上证明了六边形格网同样满足这一巧妙的性质。

图2(a)表示六边形格网上的格点多边形,其内部格点有123个,边界格点有21个,这些格点的数目统计在格网多边形的填充显示算法中可快速计算,文献[14]、[24]给出了具体的方法,得到该格点多边形的面积是 $S=137.5$ 。



(a) 格点多边形填充

(b) 利用海伦公式计算面积

图2 格点多边形面积计算例子

Fig. 2 The calculation example of lattice polygon's area

如果采用传统的方法计算,核心思想是分割或填补,将多边形区域分割成多个三角形累加或填补成规则矩形再减去增补区域,其核心是三角网的划分与面积计算(海伦公式^[25])。

$$\begin{cases} S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} \\ p = \frac{(a+b+c)}{2} \end{cases} \quad (4)$$

式中, a, b, c 为三角网中每一个三角形的边长; S 为三角形面积。以图2(b)为例,采用分割的方法,该多边形将会被分割成由21个三角形组成的三角网,再进行累加。图2(b)中的分割求和需要采用63次乘法和21次开平方计算,以及若干次加法,相对于图2(a)中只需1次加法和1次除法运算的效率相比,确实很耗时间。另外,由于实际操作中三角网的分割方法并不唯一,不同的分割方法对计算的效率和精度都会产生影响。

将平面六边形格网上的量算扩展到球面上,其便捷程度很大程度上取决于球面格网的均匀性。特别是当同层格网中每一个单元皆相等时,将得到一个非常好的结果,即不存在系统误差。随着格网层次的增加,单元本身将无限逼近量算区域的轮廓,则面积的量算值也将越来越准确。图3给出了全球

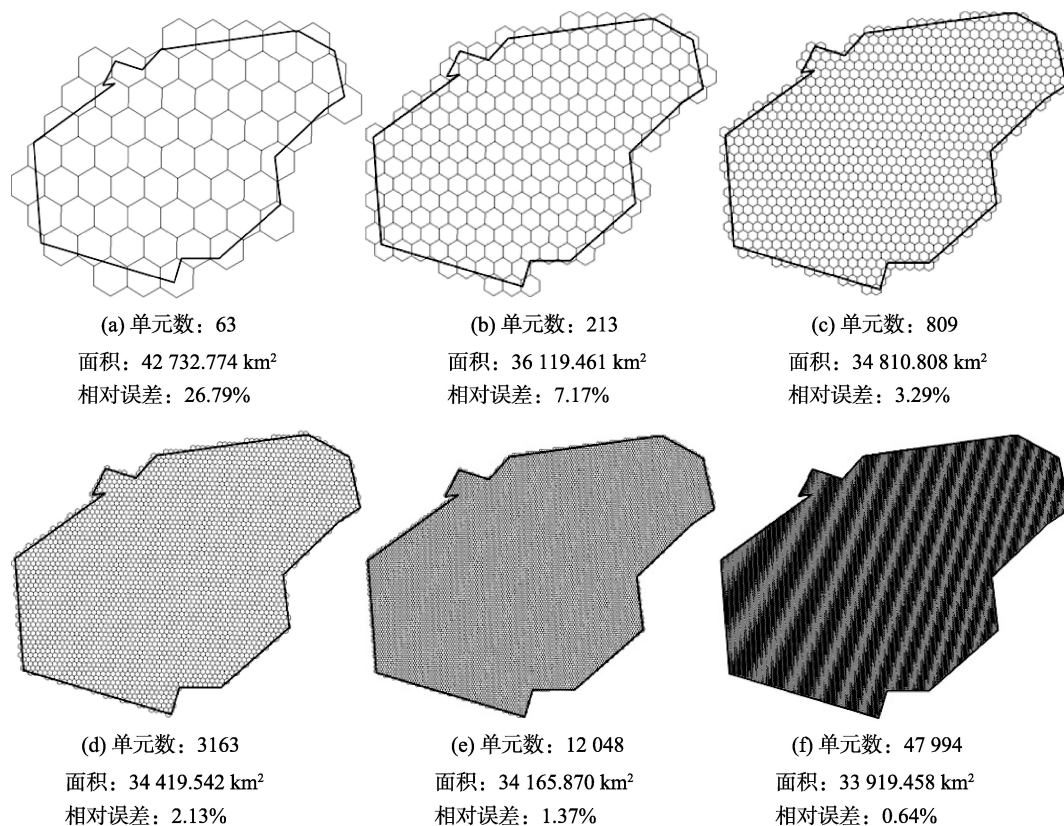


图3 利用全球六边形离散格网量测海南岛区域面积

Fig. 3 The example of area measurement using hexagonal DGGS
(the boundary represents Hainan island and it is composed of 16 points)

六边形格网量算海南岛区域面积的例子,该区域利用16个格点计算出来的球面面积是33 703.06 km²。

在面积量算过程中,理论上只需保证球面格网的面积相等即可,但实际上仅靠这一点是否可直接将球面格网和平面格网进行等同呢?下面将在长度量算的过程中给出适当的解释。当然,这里还存在问题包括:式(3)的面积计算基于格点多边形假设,真实情况下,很难也不可能保证多边形顶点与格点完全重合,必然只是落在某个格网中,这样多边形顶点的定位本身就存在一定不确定性,下一步将重点研究该不确定性给多边形面积计算所带来的影响。

3.3 六边形格网上的长度度量

平面六边形格网上的长度度量可参照矩形格网上局部模板的距离测量方法^[17],其基本思路是:任意一条长直线 AB 的距离量测可逐步(局部)计算,六边形格网的1邻域可构成一个局部距离图(单位距离为 a),如图4所示。然后,考虑选择合适的单位距离 a ,使得其在 A 和 B 之间用 $D = am_i + am_j$

$+ am_k$ (m_i 表示沿着三轴坐标系 OI 方向移动的步数, m_j 表示沿着三轴坐标系 OJ 方向移动的步数, m_k 表示沿着三轴坐标系 OK 方向移动的步数)来测量通路的长度最接近用欧式距离计算的“真值”。针对采用局部模板法设计的距离量测方法,定义逼近误差的概念,用三轴坐标系3个方向的缩放系数保

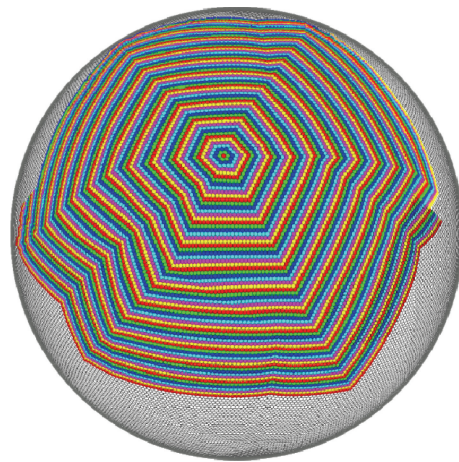


图4 六边形DGGS上的等距线形成的距离图

Fig. 4 Equidistant drawing on the hexagonal DGGS

证离散距离圆盘与欧式距离圆盘的相似性,分别考虑三轴坐标系划分的6个象限中(根据 A, B 2点方向不同,选择不同的象限),以步长为基础逐单位移动时逼近误差随距离产生的变化规律。

但是,将平面格网上的长度度量扩展到球面上,将存在以下问题:由于DGGS的构建采用多面体代替球面,其本质是以平代曲,二者之间必然存在相对误差。在多面体表面(平面)的距离是准确的,但将多面体转换到球面上导致方向和长度发生变化,距离越远,这个差距越大,因此,将格网上的距离测量限定在球面一定范围内,以保证量算精度。而对于球面大距离的量测就需内插多个控制点,将球面线段划分成多条满足格网测量精度的局部线段,分段计算单元间的距离,得到满足量算精度的结果。

由球面的几何性质可知,在保证格网面积近似相等的前提下,形状必然产生变形,对其定量化描述是保证空间数据量测精度的基础,研究球面六边形格网变形的目标是确定变形对度量的影响。由于研究过程采用了几何均匀性较好的六边形DGGS^[15],这样可以保证球面格网在大小上的均匀性,随着剖分层次的增加,可认为球面单元作为格网度量尺度趋于一致,即度量的单位和步长一致,而产生变化的只是格网的方向,这样降低了格网几何变形,以及对度量体系的影响分析的复杂度。

评价球面六边形离散格网上所带来的方向误差可采用下面的思路:以球面理想二十面体一个三角面上为研究对象,按照六边形格网排列的顺序有3个直线的方向。格网上的任意直线方向都由若干段这3个方向的直线组成,如图5所示。因此,分析这3个方向上直线的变形情况,是研究球面格网上方向变形与分布的核心问题。

研究球面离散格网上 a, b, c 3个方向的变形,

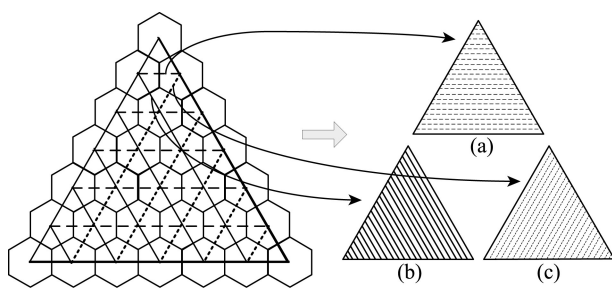


图5 二十面体三角面上格网排列成直线的3个方向

Fig. 5 Three directions of lines arranged by hexagonal grids on icosahedron triangular facet

实质是研究采用DGGS构建前后,平面上3个方向的直线在球面上误差有多大。由于球面上的大弧被认为是球面直线,则平面直线转换到球面上后,与相应大弧之间的误差可作为衡量球面方向变形的依据。可采用下面的思路:

(1)分别在平面三角形 a, b, c 3个方向上,等距选择 n 条线段,线段的端点皆落在三角形边上;

(2)在线段上内插一系列控制点,并利用投影变换的方式将这些点转换成球面点;

(3)同样将线段的端点利用投影变换的方式转换成球面点,形成球面大弧;

(4)计算每一个球面点到大弧的球面距离 Δh ,并计算最大值 Δh_{\max} 。

Δh_{\max} 和 Δh 的大小能客观地评价某一种DGGS构建方法对平面直线的扭曲情况,这2个值越大,说明该投影造成的方向变形越大。根据这2个指标也能对球面格网的方向进行评价, Δh 是在直线方向与球面大弧平均的偏离程度, Δh_{\max} 是最大的偏离程度。对于任意层次的球面离散格网系统,如果单元的平均半径大于3个方向上最大偏离程度 Δh_{\max} ,则在该层次的DGGS上(一个三角面内)按照平面格网的方式计算方向将不存在误差(或者说以此方向获得的直线与球面大弧间的误差小于一个格网单元)。

根据上述规律,只需计算 Δh_{\max} 是网格单元尺寸的倍数,就可确定多少个单元内插一个点,即能保证将矢量直线的误差限制在一个单元以内。在这种内插情况下,平面和球面的六边形格网在考虑几何度量就可以统一考虑,最后再乘以当前层次 n 对应DGGS的单元半径 D_n 的 $\sqrt{3}$ 倍(相邻两单元的中心距)即可得到矢量数据的长度度量。图6是在不同层次DGGS上,测算中国大陆边境线长度的实验,该区域利用588个矢量节点计算的球面矢量长度是35 954.354 km。

3.4 六边形格网上的角度度量

对于格网上角度的计算,主要是研究格网间的方向问题,本文采用文献[7]设计的HQBS(Hexagonal Quaternary Balanced Structure,六边形的四元平衡结构)的 \otimes, \odot 运算确定角度的量测值,因为HQBS结构的 \otimes, \odot 运算是建立在极坐标基础上的空间矢量运算,在方向上代表了向量的顺时针旋转与逆时针旋转,可作为角度度量方法的基础,如图7

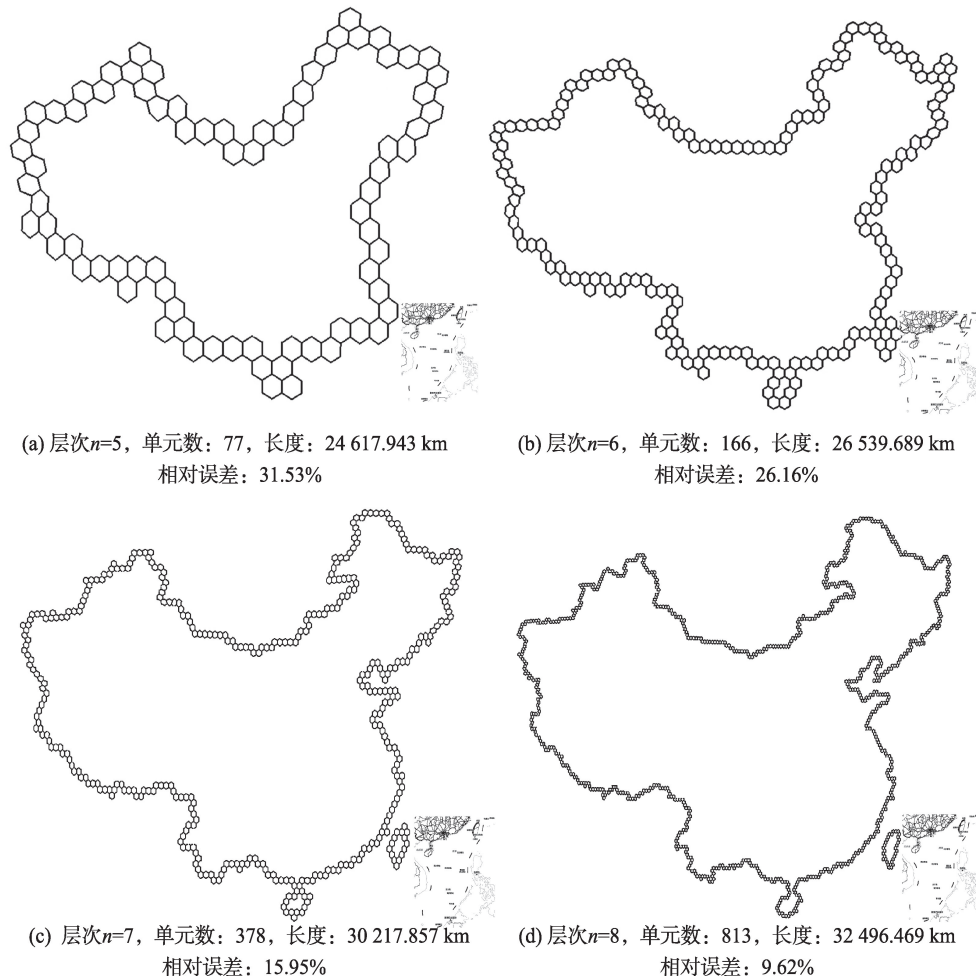
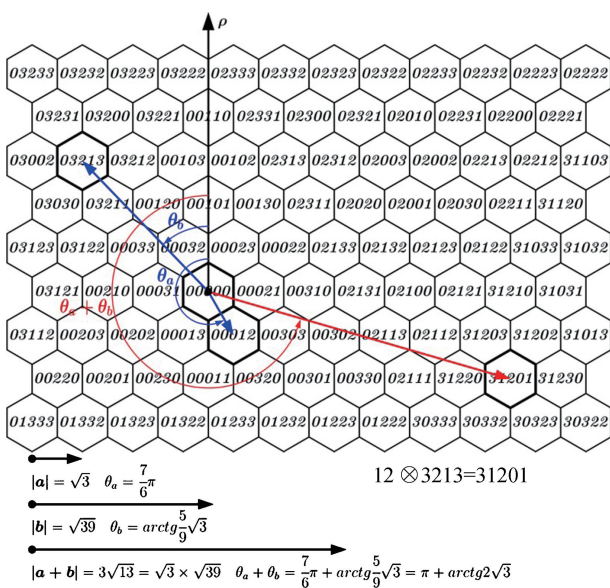


图6 利用离散格网量测中国陆地边界矢量长度

Fig. 6 Chinese land boundary of lineal measurement using hexagonal DGGS

图7 利用HQBS结构的 \otimes 、 \odot 运算计算角度度量方法示意图Fig. 7 The sketch map of angle measurement using the \otimes and \odot operations of the HQBS structure

所示。

在表达格网角度的过程中,利用HQBS编码进行角度表达,具体的转换方法(略),例如:

$$\begin{aligned} \{32\}_A &= \frac{\pi}{6}, \{31\}_A = \frac{\pi}{2}, \{13\}_A = \frac{5\pi}{6}, \\ \{12\}_A &= \frac{7\pi}{6}, \{21\}_A = \frac{3\pi}{2}, \{23\}_A = \frac{11\pi}{6} \\ \{3213\}_A &= \arctan\left(\frac{5}{9}\sqrt{3}\right), \{31201\}_A = \pi + \arctan(2\sqrt{3}) \end{aligned} \quad (5)$$

任意2个向量之间的夹角,可用HQBS的 \odot 运算进行表达(式(6))。

$$31201 \odot 3213 = 12 \Rightarrow \text{向量} 31201 \text{由向量} 3213 \text{旋转} \{12\}_A = \frac{7\pi}{6} \text{得到} \quad (6)$$

对球面格网上的角度度量,需考虑球面的特殊性。由于球面上夹角往往需要利用球面三角的方法进行计算,而大范围球面大弧形成的格网矢量无法保证恢复到多面体(平面)上仍是格网直线,这样

平面六边形格网上的角度度量方法就无法实现。但仍存在解决的方法,根据上述分析,在小范围内(几个格网单元内),球面格网和平面格网之间等价,所以只需选取有限范围内的格网,并利用HQBS编码的 \odot 运算实现即可。

4 结论

本文以全球六边形离散格网系统为例,讨论了DGGS的几何最优化的设计,以及均匀格网的空间度量问题,结论如下:

(1)设计了一种用于评价格网均匀性的新型几何最优化目标函数,该函数能有效地描述DGGS整体的几何不均匀性;

(2)设计了全局优化数值投影方法为基础的六边形DGGS几何最优化生成方法,并且保证了计算效率;

(3)设计了平面六边形格网上面积度量的基本方法,该方法计算复杂度低,能进一步推广到六边形DGGS的面积量算中;

(4)设计了六边形格网上长度度量的基本方法,并分析了平面格网和球面格网带来的几何形变给长度量算带来的影响;

(5)设计了六边形格网上角度度量的基本思路,利用HQBS编码的 \odot 运算计算格网向量间的夹角,并给出了向球面DGGS扩展的基本思路。

随着DGGS框架的基础理论与应用方法的深化,作为该空间框架数学基础之一的空间几何度量体系的完善显得至关重要,它的研究可直接为格网目标的特征量测与误差分析,提供一种新的理论依据,并有助于全球离散格网的应用向深度和广度发展。

参考文献:

- [1] 张永生, 贡进, 童晓冲. 地球空间信息球面离散网格: 理论、算法及应用[M]. 北京: 科学出版社, 2007.
- [2] 赵学胜, 侯妙乐, 白建军. 全球离散格网的空间数字建模[M]. 北京: 测绘出版社, 2007.
- [3] Goodchild M. Discrete global grids for digital earth[C]. In: International Conference on Discrete Global Grids, California: Santa Barbara, 2000.
- [4] Sahr K, White D, Kimerling A J. Geodesic discrete global grid systems[J]. Cartography and Geographic Information Science, 2003, 30(2): 121-134.
- [5] Vince A, Zheng X. Arithmetic and Fourier transform for the PYXIS multi-resolution digital earth model[J]. International Journal of Digital Earth, 2009, 2(1): 59-79.
- [6] Zhou M Y, Chen J, Gong J Y. A pole-oriented discrete global grid system: Quaternary quadrangle mesh[J]. Computers & Geosciences, 2013, 61: 133-143.
- [7] Tong X C, Ben J, Wang Y, et al. Efficient encoding and spatial operation scheme for aperture 4 hexagonal discrete global grid system[J]. International Journal of Geographical Information Science, 2013, 27(5): 898-921.
- [8] Mahdavi A, Harrison E, Samavati F. Hexagonal connectivity maps for digital earth[J]. International Journal of Digital Earth, 2014, doi:10.1080/17538947.927597.
- [9] Snyder P. An equal-area map projection for polyhedral globes[J]. Cartographica, 1992, 29(1): 10-21.
- [10] Dutton G. A hierarchical coordinate system for geoprocessing and cartography[M]. Berlin: Springer-Verlag, 1999.
- [11] Gregory M J, Kimerling J A, White D, et al. A comparison of intercell metrics on discrete global grid systems[J]. Computers, Environment and Urban Systems, 2008, 32(3): 188-203.
- [12] 童晓冲, 贡进, 张永生. 不同集合的球面矢量 Voronoi 图生成算法[J]. 测绘学报, 2006, 35(1): 83-89.
- [13] Yang Q, Snyder P, Tobler W. Map projection transformation: Principles and applications[M]. London: Taylor & Francis, 2000.
- [14] 童晓冲. 空间信息剖分组织的全球离散格网理论与方法[D]. 郑州: 信息工程大学, 2010.
- [15] 童晓冲, 贡进, 汪滢. 利用数值投影变换构建全球六边形离散格网[J]. 测绘学报, 2013, 42(2): 268-276.
- [16] 高俊. 网格与测绘[J]. 军事测绘, 2005(1): 5-9.
- [17] 章毓晋. 图像工程(第二版)[M]. 北京: 清华大学出版社, 2007.
- [18] Zheng X. Efficient Fourier transforms on hexagonal arrays[D]. Gainesville, FL: University of Florida, 2007.
- [19] Vince A. Indexing the aperture 3 hexagonal discrete global grid[J]. Journal of Visual communication and Image Representation, 2006, 17: 1227-1236.
- [20] Snyder W E, Qi H R, William S. A coordinate system for hexagonal pixels[EB/OL]. <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.10.7937&rep=rep1&type=pdf>, 1999.
- [21] Varberg D E. Pick's theorem revisited[J]. American Mathematical Monthly, 1985, 92: 584-587.
- [22] Grunbaum B, Shephard G C. Pick's theorem[J]. American Mathematical Monthly, 1993, 100: 150-161.
- [23] 李凯, 童晓冲, 贡进, 等. 平面六边形格网上格点多边形的面积计算方法[J]. 测绘科学技术学报, 2014, 31(4): 403-407.
- [24] Tong X C, Ben J, Liu Y Y, et al. Modeling and expression of vector data in the hexagonal discrete global grid system[C]. In: International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences, Volume XL-4/W2, 2013: 15-25.
- [25] 叶其孝, 沈永欢. 实用数学手册(第2版)[M]. 北京: 科学出版社, 2007.

Geometry Optimization Design for Hexagonal Discrete Global Grid System and Spatial Measurement

TONG Xiaochong^{1,2*}, BEN Jin¹, XIE Jinhua³ and HAN Shuo¹

(1. *Institute of Surveying and Mapping, Information Engineering University, Zhengzhou 450052, China;*

2. *Academy of Disaster Reduction and Emergency Management, Ministry of Civil Affairs, Ministry of Education (Beijing Normal University), Beijing 100875, China;* 3. *Satellite Surveying and Mapping Applications Center, Beijing 101300, China)*

Abstract: Discrete Global Grid System (DGGS) provides methods for constructing new spatial data models. It is a promising computer representation of global geo-referenced data sets based on regular, multi-resolution partitions of polyhedra. The object of our research is hexagonal DGGS, and we propose a new optimized target function to evaluating the geometrical properties of discrete global grids. Based on this function, this paper designs a new construction idea of hexagonal DGGS which combines the numerical projection transformation and heuristic global optimization. In addition, according to the weakness of DGGS: spatial measurement, this paper discusses the area measurement, the lineal measurement and the angle measurement based on the hexagonal DGGS. Its purpose is to develop a spatial measurement system for the hexagonal DGGS. In the end, the conclusions and the further studies of this paper are given.

Key words: discrete global grid system; hexagon; optimization; spatial measurement

***Corresponding author:** TONG Xiaochong, E-mail: txchr@163.com